فصلنامه‌ی علمی پژوهشی

علم و مهندسی سرامیک

دوره‌ی ۵، شماره‌ی ۱، بهار ۱۳۹۵

ارزیابی غیرمخرب استحکام خمشی پخت بدنه‌های کاشی سرامیکی بدون لعاب با استفاده از مدل توزیع آماری دو پارامتری وایبول

ابوالفضل گِروئی*

آزمایشگاه خاک و بدنه، شرکت صنایع کاشی و سرامیک الوند

* ab_gerveei@yahoo.com

اطلاعات مقاله:

دریافت: ۱۳۹۵/۳/۲۳

پذیرش: ۱۳۹۵/۹/۳۰

کلید واژه:

آزمون غیرمخرب، استحکام خمشی پخت، تابع توزیع آماری وایبول، قابلیت اطمینان، بدنهٔ کاشی سرامیکی

چکیده:

گرایش روزافزون به تولید کاشی‌های بزرگ‌تر، نیروی محرکهٔ شرکت‌های پیشتاز صنعتی جهت توسعهٔ فناوری‌های صنعت کاشی برای برآوردن نیازها و سلیقه‌های مصرف‌کنندگان، معماران و مهندسان ساختمان بوده است. جدای از مسائل فناورانهٔ تولید کاشی (پرس کردن، جابجائی کاشی خام و خشک، اِعمال انگوب، لعاب و چاپ‌های مختلف، پخت، عملیات سطحی، درجه‌بندی و بسته‌بندی)، مشکلات ناشی از بزرگ شدنِ ابعاد، بیش از هر چیز بر استحکام کاشی در حالت‌های خام، خشک و پخت اثر می‌گذارد. بنابراین، طراحی فرمولاسیون‌های بدنه‌های کاشی با استحکام‌های خام، خشک و پخت کافی که بتوانند تمام مراحل تولید از پرس تا بسته‌بندی را به‌سلامت طی کنند، بسیار مهم است. از طرف دیگر، نمونه‌برداری‌های منظم از خط تولید برای اطمینان از صحت فرایند، از جمله اندازه‌گیری استحکام پخت کاشی‌ها ضروری است. شکستن کاشی ۲۰×۲۰ cm^2 هزینهٔ زیادی ندارد اما انجام همین آزمون برای کاشی‌هائی با ابعاد (برای مثال) ۳/۲۰×۱/۶۰ m^2 به منزلهٔ از دست رفتنِ سطحی بزرگ از محصولی با ارزش اقتصادی بالاست. اهمیت به‌کارگیری روش‌های غیرمخرب در این آزمون آن است که بدون از دست دادنِ محصول، ارزیابی اطمینان‌بخشی از استحکام پخت بدنه‌های کاشی تولید شده صورت می‌پذیرد.

در این پژوهش، روشی غیرمخرب و مبتنی بر توزیع آماری وایبول برای ارزیابی استحکام خمشی پخت بدنه‌های کاشی سرامیکی بدون لعاب معرفی شده است که افت استحکام خمشی کاشی‌های تست شده با این روش قابل چشم‌پوشی است و بنابراین، کاشی‌های بررسی شده را مجدداً می‌توان جهت درجه‌بندی و بسته‌بندی به فرایند تولید بازگرداند.

۱- مقدمه

پیشرفت فناوری‌های شکل‌دهی منجر به ابداع روش‌های نوین تولید کاشی و فراهم شدنِ امکان تولید کاشی‌ها و پانل‌های سرامیکی با سایز بزرگ (برای مثال ۱/۸۰×۱/۲۰ m^2، ۳/۲۰×۱/۶۰ m^2) شده است که پاسخ‌گوی نیاز فزایندهٔ مصرف‌کنندگان، معماران، طراحان داخلی و مهندسان ساختمان به سایزهای بزرگ برای برآورده کردنِ

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

نیازهای ساختمان‌ها و معماری مدرن است [۱]. با بزرگ‌تر شدنِ ابعاد کاشی‌ها اهمیت به‌کارگیری روش‌های غیرمخرب برای ارزیابی خواص مختلف آن‌ها اهمیت روزافزونی می‌یابد؛ چرا که شکسته شدنِ کاشی‌هائی با ابعاد (برای مثال) ۶۰×۱۲۰، ۹۰×۱۸۰، ۱۶۰×۳۲۰ cm^2 و حتی بزرگ‌تر، به معنای از بین رفتنِ چندین مترمربع از محصولی با ارزش اقتصادی بالا خواهد بود [۲].

در متداول‌ترین مواد ساختاری، فرض بر آن است که رفتار مکانیکی، همگن و همسان‌گرد[1] است اما معمولاً خواص مکانیکی مواد و کامپوزیت‌های زمینه سرامیکی[2] به‌دلیل ناهمگنی و ویژگی‌های ناهمسان‌گردی[3] آن‌ها و نیز تُردی زمینهٔ سرامیکی، پراکنده است [۳]. بنابراین، تجزیه و تحلیل دقیق آماری برای فهم ویژگی‌های مکانیکی این مواد ضروری است.

بیشترِ سرامیک‌ها در دمای محیط و دماهای متوسط و در بارگذاری‌های کوتاه‌مدت، به‌صورت تُرد می‌شکنند؛ یعنی تا نقطهٔ شکست به‌طور الاستیک و بدون تغییر شکل دائمی (پلاستیک) رفتار می‌کنند. رفتار تُرد سرامیک‌ها به «سهولتِ تشکیل ترک» و «سهولت گسترش ترک» نسبت داده می‌شود. باری که اِعمال می‌شود، تمرکز تنش زیادی در عیوب سطحی یا نقص‌های ریزساختاری بسیار کوچک در مادهٔ سرامیکی به‌وجود می‌آورد که به‌سادگی موجب تشکیل ترک می‌گردد. چقرمگی شکستِ[4] پایین بسیاری از مواد سرامیکی نیز باعث سهولت گسترش ترک می‌شود [۴ و ۵]. سرامیک‌ها به‌دلیل ماهیت تُردشان در برابر ضربه و تنش‌های کششی بسیار حساس هستند و فرایند تولید کاشی از پرس تا بسته‌بندی، تنش‌های پیچیده‌ای به بدنهٔ سرامیکی در حال حرکت وارد می‌کند. با بزرگ‌تر شدنِ اندازهٔ کاشی‌ها، اثر تنش‌های اِعمالی مهم‌تر می‌شود و پراکندگی داده‌های اندازه‌گیری شده برای استحکام دور از انتظار نخواهد بود [۶]. به هر حال، استحکام‌های خام، خشک و پخت بدنهٔ سرامیکی باید به اندازهٔ کافی بالا باشد تا تمام مراحل تولید را به‌سلامت طی نماید. به همین دلیل نیز باید استحکام خمشی میانگین بدنهٔ سرامیکی به اندازهٔ کافی بالاتر از تنش‌های اِعمال شده به کاشی در حین فرایند تولید باشد.

به‌طور کلی، تابع چگالی احتمالِ یک متغیر تصادفی وایبول که در این‌جا استحکام خمشی (σ) می‌باشد، تابعی سه پارامتری به‌صورت زیر است [۷]:

(۱)

$$f(\sigma;\sigma_{thr},\sigma_{\circ},m)=\begin{cases}\frac{m}{\sigma_{\circ}}(\frac{\sigma}{\sigma_{\circ}})^{m-1}\cdot e^{-[(\sigma-\sigma_{thr})/\sigma_{\circ}]^m} & \sigma\geq 0\\ 0 & \sigma<0\end{cases}$$

m، σ_{thr} و $\sigma_{\circ}$ به ترتیب پارامتر شکل، استحکام خمشی آستانه و پارامتر مقیاس (استحکام مشخصه) هستند. سطر نخست معادلهٔ ۱ برای حالت $0\leq\sigma_{thr}<\sigma$ صادق است؛ برای حالتی که $\sigma\leq\sigma_{thr}$ خواهیم داشت: $f(\sigma;\sigma_{thr},\sigma_{\circ},m)=0$.

m پارامتر شکل یا مدول وایبول است و توزیع اندازهٔ ترک (و بنابراین پراکندگی داده‌های استحکام) را توصیف می‌کند [۸]. هر چه m کوچک‌تر باشد، توزیع استحکام پهن‌تر است [۳، ۹ و ۱۰] و مهم‌ترین پارامتر توزیع به‌شمار می‌رود. استحکام خمشی آستانه، σ_{thr}، تنشی است که در برابر یا کم‌تر از آن، احتمال شکست نمونه‌ها صفر است [۷]. $\sigma_{\circ}$ پارامتر مقیاس توزیع یا استحکام شکست مشخصه است.

[1] isotropic
[2] Ceramic Matrix Composites, CMCs
[3] anisotropic
[4] Fracture toughness

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

پارامتر مقیاس، ارتباط نزدیکی با تنش شکست میانگین دارد [۳] و مقدار تنش وایبول را برای احتمال تجمعی شکست برابر با P_f =۰/۶۳۲ مشخص می‌نماید [۱۱].

طبق نظریهٔ ویکِست–لینک[1]، حجم مشخصی از سرامیک که تحت تنش یکنواخت قرار می‌گیرد، در بحرانی‌ترین ترک می‌شکند [۸]. از تابع توزیع آماری وایبول[2] به‌ویژه برای بررسی استحکام سرامیک‌ها و پراکندگی داده‌ها استفاده می‌شود [۳، ۶–۹]. احتمال شکست تجمعی P_f، تابعی از تنش اِعمالی σ و حجم V یا سطح S تحت تنش کششی است؛ یعنی

$$P_f = f(\sigma, V, S) \qquad (۲$$

رابطهٔ وایبول برای سرامیک‌ها را نیز می‌توان به شکل سادهٔ سه پارامتری

$$f(\sigma)=\left(\frac{\sigma-\sigma_{thr}}{\sigma_{\circ}}\right)^{m} \qquad (۳$$

بیان کرد که σ_{thr}، σ_0 و m پارامترهای آن هستند.

اگر m کوچک‌تر از ۱/۰ باشد نشان‌دهندهٔ کاهشی بودنِ نرخ شکست ماده است. اگر m بزرگ‌تر از ۱/۰ باشد، نرخ شکست ماده به‌طور فزاینده افزایش می‌یابد. در صورتی‌که m برابر صفر باشد، نرخ شکست ماده ثابت است [۱۲].

با فرض $\sigma \geq \sigma_{thr}$، احتمال شکست تجمعی به عنوان تابعی از حجم به‌صورت

$$P_f(\sigma;\sigma_{thr},\sigma_{\circ},m)=1-\exp\left[-\int_V\left(\frac{\sigma-\sigma_{thr}}{\sigma_{\circ}}\right)^{m}dV\right] \qquad (۴$$

نشان داده می‌شود [۱۱، ۱۳]. اگر $\sigma < \sigma_{thr}$، خواهیم داشت: P_f =۰. این نمودار با استفاده از داده‌های تجربی و با تخمین زدنِ P_f با

$$P_f = \frac{n-0.3}{N+0.4} \qquad (۵$$

رسم می‌گردد. مقادیر احتمال شکست بر مبنای ترتیب n امین عدد استحکام در میان تعداد کل N نمونه است که پس از مرتب کردن مقادیر استحکام‌ها به‌صورت صعودی به‌دست می‌آید. با توجه به تعداد، اندازه، نوع نمونه‌ها و پارامترهای تأثیرگذار دیگر، فرمول محاسبهٔ P_f انتخاب می‌شود. به جز رابطهٔ ۵، روابط دیگری نیز برای احتمال شکست، P_f در مراجع مختلف معرفی شده‌اند [۳، ۵، ۷، ۸، ۱۰ و ۱۱].

برای ساده کردن مطالعهٔ سرامیک‌ها، معمولاً تنش شکست آستانه برابر با صفر فرض می‌شود؛ یعنی σ_{thr}=۰ و معادلهٔ ۴ به

$$P_f(\sigma;\sigma_{\circ},m)=1-\exp\left[-\int_V\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\circ}}\right)^{m}dV\right] \qquad (۶$$

ساده می‌شود. باید دقت کرد که σ_{thr}، σ_0 و m پارامترهای ماده هستند و به شکل هندسی نمونهٔ آزمایشی بستگی ندارند. ابعاد پارامترهای ذکر شده به‌ترتیب تنش (Kg/cm^2)، $(Kg\cdot cm^{-2})\cdot(cm^3)^{\frac{1}{m}}$ و بدون بُعد هستند [۷].

در حالتی که یک مادهٔ سرامیکی تحت کشش قرار می‌گیرد، ترک‌ها بیش‌تر از حالتی که همان سرامیک تحت تنش فشاری است، به‌وجود می‌آیند و رشد می‌کنند. به همین جهت، تنها حجم یا سطحی از ماده که تحت کشش قرار می‌گیرد، از معادلهٔ وایبول (۳) تبعیت می‌کند. در تنش

[1] Weakest-Link
[2] Weibull statistic distribution

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]
[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

کششی محض که تمام ماده تحت کشش است، رابطهٔ ۶ به

$$P_f(\sigma;\sigma_\circ,m) = 1 - \exp\left[-V\left(\frac{\sigma}{\sigma_\circ}\right)^m\right] \quad (۷$$

تبدیل می‌شود.

از طرف دیگر در بارگذاری سه‌نقطه‌ای، حجم مؤثر (که با انتگرال‌گیری مناسب میدان تنشی در قطعهٔ آزمایشی به‌دست می‌آید) برابر است با $\frac{V}{2(1+m)^2}$ [۸]؛ بنابراین پس از لگاریتم گرفتن از دو طرف معادلهٔ ۷ خواهیم داشت:

$$\mathrm{LnLn}\left(\frac{1}{1-P_f}\right)=m\cdot\mathrm{Ln}\sigma-m\cdot\mathrm{Ln}\sigma_\circ-2\mathrm{Ln}(m+1)+\mathrm{Ln}\left(\frac{V}{2}\right) \quad (۸$$

از آن‌جا که طبق استاندارد INSO 9169-4، استحکام خمشی پخت کاشی‌های گروه BIII (با جذب آب بالاتر از ۱۰ درصد) باید بیش‌تر از ۱۵ MPa (۱۵۳ Kg/cm^2) باشد، این تنش جهت ارزیابی استحکام خمشی پخت بدنه‌های سرامیکی انتخاب و به عنوان تنش اولیه به بدنه‌های بررسی شده اِعمال گردید.

قابلیت اطمینان[1] آزمون، R از رابطهٔ

$$R(\sigma;\sigma_0;m) = \exp\left[-(\sigma/\sigma_0)^m\right] \quad (۹$$

تعیین می‌شود [۱۲]. بدیهی است که در $\sigma_0 = \sigma$ خواهیم داشت R=۰/۶۳۲.

از آن‌جا که ارزیابی پارامترهای توزیع وایبول از روی تعداد محدودی از آزمون‌ها صورت می‌پذیرد، برآورد کردنِ درستی مقادیر آن‌ها ارزش آماری بالائی دارد و بنابراین، باید عدم اطمینانِ تخمین معلوم شود.

آزمون‌های غیرمخرب[2] دسته‌ای بسیار گسترده از آزمون‌ها هستند که برای ارزیابی مواد، ترکیب‌ها، دستگاه‌ها و سامانه‌ها به کار می‌روند، بدون آن که موجب تغییر یا خرابی آن‌ها شوند. به طور کلی، آزمون‌های استاندارد برای صنعت کاشی را می‌توان به دو دستهٔ آزمون‌های مخرب مانند اندازه‌گیری استحکام‌های خمشی خام، خشک و پخت (INSO 9169-4)، آزمون سایش عمقی کاشی‌های بدون لعاب (INSO 9169-6)، آزمون سایش سطحی کاشی‌های لعاب‌دار (INSO 9169-7) و اندازه‌گیری انبساط رطوبتی (INSO 9169-10) و آزمون‌های غیرمخرب مانند طول و عرض و ضخامت (INSO 9169-2)، مستقیم بودن و گونیا بودن اضلاع کاشی (INSO 9169-2)، تفاوت رنگ‌های جزئی کاشی‌ها (INSO 9169-16) تقسیم‌بندی کرد.

۲- فعالیت‌های تجربی

گرانول بدنهٔ کاشی دیواری دو پخت که از لحاظ گروه جذب آب کاشی در ردهٔ BIII قرار می‌گیرد، پس از نمونه‌برداری از اسپری‌درایر، جهت همگن شدن رطوبت به‌مدت ۲۰ hr در داخل کیسهٔ پلاستیکیِ در بسته به‌حالِ خود گذاشته شد. گرانولومتری (توزیع تجمعی اندازهٔ ذره) گرانول نمونه‌برداری شده در شکل ۱ نشان داده شده است. گرانول همگن شده با فشارهای اولیه و ثانویه به‌ترتیب ۳۰ و ۳۰۰ bar با پرس هیدرولیکی دستی آزمایشگاهی Sacmi مدل PIL به‌صورت سرد و تک‌محوری به شکل بدنه‌هائی با ابعاد تقریبی ۱۰۰/۸×۵۱/۱×۳/۲mm^3 پرس شد. بدنه‌های پرس شده به‌مدت حداقل ۱۸ hr در فضای آزاد به‌تدریج خشک شدند.

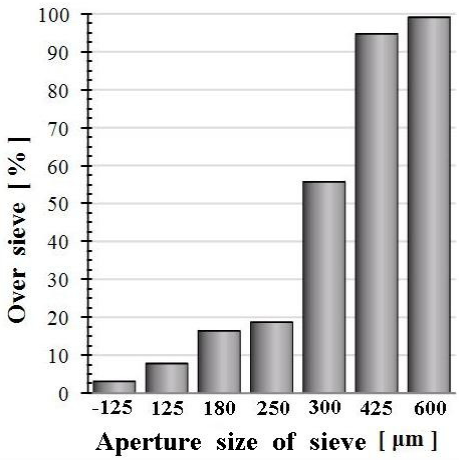
[1] Reliability

[2] Non-destructive tests (NDT)

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

سپس نمونه‌ها به خشک‌کن آزمایشگاهی در دمای ۱۱۰±۵°C منتقل گردیدند و تا وزن ثابت و عدم تغییر وزن در دو توزین متوالی و با فاصلهٔ ۲۰ min. در خشک‌کن باقی ماندند. برای اندازه‌گیری طول نمونه‌ها از کولیس دیجیتال کالیبره شده با دقت ۰/۰۱ mm استفاده شد. برای هر سری آزمون، ۱۵ نمونه پرس شد. بدنه‌های خشک شده بر روی ساگار کوردیریتی مشبک (شرکت سرامیک اقبال، شهر صنعتی البرز، قزوین) با ابعاد ۳۳×۳۳ cm^2 گذاشته و در کورهٔ رولری پخت سریع بیسکوئیت کاشی دیواری در دمای ۱۱۲۱°C و چرخهٔ ۳۳ min. پخت داده شدند.



شکل ۱- گرانولومتری (توزیع تجمعی اندازهٔ ذره) گرانول بدنهٔ کاشی دیواری دو پخت استفاده شده در این پژوهش

جذب آب، دانسیتهٔ بالک و درصد تخلخل‌های باز بدنه‌های بیسکوئیت بر اساس استاندارد INSO 9169-3 اندازه‌گیری شد. اندازه‌گیری استحکام خمشی پخت نیز با دستگاه استحکام‌سنج خمشی سه نقطه‌ای CRC مدل 535Q ساخت شرکت Gabbrielli ایتالیا و مطابق استاندارد EN100 انجام گرفت.

به‌منظور اندازه‌گیری استحکام خمشی، بدنه‌های پخته شده به دو گروه تقسیم شدند. مشابه روال عادی در فرایند کنترل کیفیت کارخانه‌ها، بارگذاری گروه نخست از صفر تا لحظهٔ شکست بدنه‌ها به‌صورت پیوسته انجام شد. در گروه دوم، نمونه‌ها ابتدا تا حدود ۱۵۳ Kg/cm^2 (۱۵ MPa) (استاندارد INSO 9169-4) تحت تنش قرار گرفتند و بلافاصله بارگذاری قطع شد. برای ارزیابی این‌که نمونه‌های بارگذاری شده در صورت بازگردانده شدن به فرایند تولید دارای استحکام پخت کافی هستند یا خیر، مجدداً بارگذاری از صفر تا لحظهٔ شکست بر روی این بدنه‌ها (مشابه حالت نخست) انجام گردید.

۳- نتایج و بحث

خواص فیزیکی پیش و پس از پخت بدنه‌های سرامیکی پرس شده به‌ترتیب در جداول ۱ و ۲ درج شده است. بدنه‌های بررسی شده، تغییر ابعاد خام به خشک نزدیک به صفر و تغییر ابعاد پس از پخت بسیار کم (۰/۰۷ درصد انبساط نسبت به طول قالب یا ۰/۷۰ درصد انقباض نسبت به طول خام) نشان دادند.

جدول ۱- خواص فیزیکی خام و خشک بدنه‌های کاشی دیواری دو پخت پرس شده

درصد رطوبت گرانول	درصد انبساط پس از پرس	درصد تغییر ابعاد پس از خشک شدن
۵/۰۱ ± ۰/۳۴	۰/۷۷ ± ۰/۰۱	تقریباً صفر

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

جدول ۲- خواص فیزیکی پخت بدنه‌های بیسکوئیت کاشی دیواری؛ دما و چرخهٔ پخت: ۱۱۲۱ °C و ۳۳ min.

طول	۱۰۰/۰۷ ± ۰/۰۳
پهنا	۵۰/۷۲ ± ۰/۰۳
ضخامت	۳/۱۵ ± ۰/۰۳
درصد تغییر ابعاد پس از پخت (نسبت به طول قالب)	+ ۰/۰۷ ± ۰/۰۳
درصد تغییر ابعاد پس از پخت (نسبت به طول خام)	− ۰/۷۰ ± ۰/۰۴
درصد جذب آب	۱۸/۱۸ ± ۰/۱۸
دانسیتهٔ بالک پخت (g/cm^3)	۱/۷۸۳ ± ۰/۰۰۷
درصد تخلخل‌های باز	۳۲/۱۴ ± ۰/۲۱
درصد پرت حرارتی (L.O.I.)	۱۰/۱۷ ± ۰/۰۵

نتایج آزمون استحکام خمشی پخت در حالت نخست (بارگذاری پیوسته از صفر تا شکست) و حالت دوم (بارگذاری اولیه از صفر تا تا حدود ۱۵۳ Kg/cm^2 و قطع نیرو و سپس بارگذاری مجدد از صفر تا شکست نمونه) به‌ترتیب در جداول ۳ و ۴ و شکل ۲ آورده شده است. با تعیین شیب خط نمودار $Ln\left(Ln\left(\frac{1}{1-P_f}\right)\right) - Ln\,\sigma$ (معادلهٔ ۸)، مدول وایبول، m به‌دست می‌آید. استحکام مشخصه، σ_0 نیز با داشتن m و حجم نمونه (V) از معادلهٔ ۸ به‌سادگی تعیین می‌شود. مقادیر اندازه‌گیری و محاسبه شدهٔ شکل ۲ در جدول ۵ خلاصه شده‌اند. همان‌طور که انتظار می‌رفت، استحکام پخت میانگین نمونه‌های حالت دوم کمی کم‌تر از حالت نخست است (۱/۳ درصد کم‌تر) اما هنوز از حداقل استحکام بیان شده در استاندارد INSO 9169-4 بسیار بالاتر است (حدود ۴۷/۹ درصد یا ۷۳ Kg/cm^2 بیش‌تر). افت استحکام خمشیِ بدنه‌های سرامیکی در حالت دوم، به‌دلیل ایجاد و گسترش ترک‌های از پیش موجود در قطعه، تحت تنش اولیهٔ اِعمال شده است [۸]. مشخصهٔ مجذور مربعات R^2 که نشان‌دهندهٔ دقت معادله‌ها می‌باشد، به‌ترتیب ۰/۹۰ و ۰/۹۵ برای آزمون حالت نخست و حالت دوم بود و مُبین پراکندگی قابل قبول داده‌ها است.

جدول ۳- داده‌های مربوط به استحکام خمشی پخت نمونه‌های بیسکوئیت کاشی دیواری در بارگذاری تک‌مرحله‌ای از صفر تا شکست نمونه. برای محاسبهٔ استحکام مشخصه (σ_0)، از مدول وایبول (m) به‌دست آمده از شکل ۲ استفاده شده است.

ردیف	σ (Kg/cm^2)	P_f	V (cm^3)	$\sigma_\circ$ (Kg/cm^2)·(cm^3)$^{1/m}$	ردیف	σ (Kg/cm^2)	P_f	V (cm^3)	$\sigma_\circ$ (Kg/cm^2) (cm^3)$^{1/m}$
۱	۲۰۹/۷۱	۰/۰۵	۱۵/۸۶	۲۰۳/۰۳	۹	۲۲۸/۳۸	۰/۵۶	۱۵/۷۴	۱۸۸/۶۰
۲	۲۱۱/۸۵	۰/۱۱	۱۶/۱۰	۱۹۴/۰۶	۱۰	۲۲۸/۸۹	۰/۶۳	۱۶/۰۴	۱۸۷/۵۰
۳	۲۱۳/۶۹	۰/۱۸	۱۶/۱۵	۱۹۰/۵۳	۱۱	۲۳۴/۹۱	۰/۶۹	۱۶/۰۳	۱۹۰/۷۰
۴	۲۲۰/۷۳	۰/۲۴	۱۵/۷۳	۱۹۲/۹۲	۱۲	۲۳۹/۸۰	۰/۷۶	۱۶/۰۷	۱۹۲/۸۸
۵	۲۲۳/۳۸	۰/۳۱	۱۵/۹۹	۱۹۲/۵۷	۱۳	۲۴۲/۹۶	۰/۸۲	۱۵/۸۲	۱۹۳/۲۷
۶	۲۲۶/۰۳	۰/۳۷	۱۵/۹۱	۱۹۲/۴۴	۱۴	۲۴۴/۳۹	۰/۸۹	۱۵/۵۳	۱۹۲/۰۲
۷	۲۲۶/۶۴	۰/۴۴	۱۵/۸۴	۱۹۰/۸۵	۱۵	۲۵۸/۹۸	۰/۹۵	۱۶/۰۵	۱۹۹/۷۳
۸	۲۲۸/۱۷	۰/۵۰	۱۶/۱۴	۱۹۰/۴۳					

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

جدول ۴- داده‌های مربوط به استحکام خمشی پخت نمونه‌های بیسکوئیت کاشی دیواری در بارگذاری دو مرحله‌ای (پس از اعمال تنش حدود Kg/cm^2 ۱۵۳، بارگذاری متوقف و نیروی اِعمالی صفر شد و سپس بارگذاری از صفر تا شکست نمونه ادامه یافت). برای محاسبهٔ استحکام مشخصه (σ'_0)، از مدول وایبول (m') به‌دست آمده از شکل ۲ استفاده شده است.

ردیف	σ (Kg/cm^2)	P_f	V (cm^3)	σ'_0 (Kg/cm^2)·(cm^3)$^{1/m}$	ردیف	σ (Kg/cm^2)	P_f	V (cm^3)	σ'_0 (Kg/cm^2) ·(cm^3)$^{1/m}$
۱	۲۰۲/۵۷	۰/۰۵	۱۶/۱۰	۱۹۵/۷۱	۹	۲۲۹/۸۱	۰/۵۶	۱۶/۱۰	۱۹۰/۸۸
۲	۲۰۳/۲۹	۰/۱۱	۱۶/۱۹	۱۸۶/۲۲	۱۰	۲۳۰/۱۱	۰/۶۳	۱۶/۱۹	۱۸۹/۵۵
۳	۲۱۲/۷۷	۰/۱۸	۱۶/۰۱	۱۸۹/۸۴	۱۱	۲۳۱/۲۳	۰/۶۹	۱۶/۱۰	۱۸۸/۷۹
۴	۲۱۶/۹۵	۰/۲۴	۱۶/۰۰	۱۹۰/۱۶	۱۲	۲۳۲/۸۷	۰/۷۶	۱۵/۷۸	۱۸۸/۲۶
۵	۲۲۵/۴۲	۰/۳۱	۱۶/۰۴	۱۹۴/۸۸	۱۳	۲۳۷/۹۷	۰/۸۲	۱۵/۷۲	۱۹۰/۴۷
۶	۲۲۶/۳۴	۰/۳۷	۱۶/۲۵	۱۹۳/۵۲	۱۴	۲۴۲/۰۵	۰/۸۹	۱۶/۰۹	۱۹۱/۶۷
۷	۲۲۸/۱۷	۰/۴۴	۱۶/۲۳	۱۹۳/۰۸	۱۵	۲۴۵/۴۱	۰/۹۵	۱۵/۹۳	۱۹۰/۷۰
۸	۲۲۹/۶۰	۰/۵۰	۱۶/۱۴	۱۹۲/۴۳					

احتمال شکست سازه‌های مهندسی مهم مانند هواپیما، پل، سد، سازه‌های هسته‌ای، کشتی‌ها، اجزای میکروالکترونیکی و کاشتنی‌های پزشکی ساخته شده از زیست‌مواد[1] باید در حد پایین و نوعاً کم‌تر از 10^{-6} نگه داشته شود [۱۴]. برای بعضی کاربردها این اندازه از قابلیت اطمینان الزامی نیست و می‌توان سطوح مختلف اطمینان (برای مثال، ۹۵ و ۹۰) تعریف کرد.

نمودارهای قابلیت اطمینان، R برای هر دو آزمون حالت‌های نخست و دوم بارگذاری در شکل ۳ آورده شده است. با وجودی که کمینه استحکام‌های خمشی پخت بدنه‌ها در حالت‌های نخست و دوم بارگذاری به ترتیب $209/71 Kg/cm^2$ (جدول ۳) و $202/57 Kg/cm^2$ (جدول ۴) بود، روش محاسباتی به کار رفته بر پایهٔ قابلیت اطمینان، احتمال شکست نمونه‌ها در تنش‌های اِعمالی کم‌تر از این مقادیر واقعی اندازه‌گیری شده برای استحکام را برابر با صفر به دست نمی‌دهد. در کمینه تنش درج شده در استاندارد INSO 9169-4 (σ=۱۵۳ Kg/cm^2) برای بیسکوئیت کاشی‌های دیواری با جذب آب بالاتر از ۱۰ درصد (گروه BIII) قابلیت‌های اطمینان محاسبه شده برای حالت‌های نخست و دوم بارگذاری «تقریباً» برابر با ۰/۹۸۶ است. در این حالت‌ها تقریباً ۱/۴۰ درصد بدنه‌های سرامیکی دچار شکست می‌شوند (R=٪۹۸/۶). بنابراین کاشی‌هائی که کمینه استحکام خمشی پخت مندرج در استاندارد را دارا باشند، می‌توان با اطمینان بالاتر از ۹۸ درصد از این که در جریان ادامهٔ مراحل تولید تا مصرف دچار شکست نمی‌شوند، به خط تولید باز گرداند.

اگر بارگذاری حالت دوم برای ارزیابی غیرمخرب استحکام خمشی پخت بدنه‌های کاشی سرامیکی مدنظر قرار گیرد، با توجه به مقدار σ_0 به دست آمده در این حالت (جدول ۵)، استحکام خمشی ۳۶/۸ درصد نمونه‌ها دستکم برابر $189/84 Kg/cm^2$ خواهد بود. مجدداً در این حالت با تعریف قابلیت اطمینان ۰/۹۵ و ۰/۹۰ و جایگذاری در معادلهٔ قابلیت

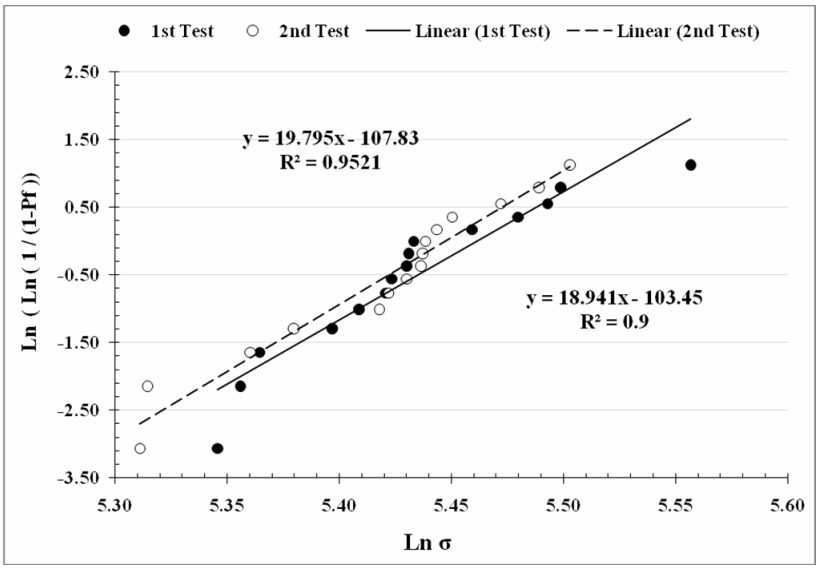
[1] Biomaterial

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

اطمینان، استحکام‌های خمشی پخت بدنه‌های کاشی سرامیکی به‌ترتیب ۱۶۳/۳ و ۱۶۹/۴ Kg/cm^2 خواهند بود [جدول ۶]. به بیان دیگر، تنها کم‌تر از ۵ و ۱۰ درصد از بدنه‌های کاشی به‌ترتیب در دو تنش ذکر شده دچار شکست خواهند شد و هر دو از استحکام خمشی قید شده در استاندارد INSO 9169-4 بالاترند.

با بهره‌گیری از نمودار R-σ می‌توان بیشینه تنشی را که احتمال شکست نمونه‌ها صفر است یعنی P_f=۰ (تنش آستانه)، از روش محاسباتی تخمین زد. این مقدار که برای هر دو حالت بارگذاری نخست و دوم تقریباً برابر بود، σ_{thr}=۱۲۸ Kg/cm^2 تخمین زده شد و نشان می‌دهد که با توجه به ترکیب و شرایط ساخت بدنه و نحوهٔ انجام آزمون‌ها، حتی در تنش‌های اِعمالی کم‌تر از ۱۵۳ Kg/cm^2 (و بیش‌تر از ۱۲۸ Kg/cm^2) نیز احتمال شکست بدنه‌های کاشی بررسی شده صفر نیست، هر چند کمینه استحکام‌های خمشی پخت واقعی و اندازه‌گیری شده از این مقدار بسیار بالاتر باشند.



شکل ۲- طرح وایبول برای نخستین آزمون (بارگذاری پیوسته از صفر تا شکست نمونه، خط تو پُر) و دومین آزمون (بارگذاری دو مرحله‌ای؛ مرحلهٔ نخست: بارگذاری تا نزدیک ۱۵۳ Kg/cm^2 و قطع کامل نیرو و مرحلهٔ دوم: بارگذاری پیوستهٔ همان نمونه از صفر تا شکست نمونه، خط منقطع).

جدول ۵- خلاصهٔ پارامترهای اندازه‌گیری و محاسبه شده برای آزمون‌های اول و دوم. اعداد داخل پرانتز برای $\sigma_\circ$، مقادیر تعیین شده به روش هندسی را نشان می‌دهند.

	میانگین تنش اولیهٔ اعمال شده (Kg/cm^2)	مدول وایبول، m	استحکام خمشی پخت مشخصه، σ_0 (Kg/cm^2)·$(cm^3)^{1/m}$	میانگین استحکام خمشی پخت، σ_m (Kg/cm^2)
حالت نخست	صفر	۱۸/۹۴	۱۹۱/۵۸ ± ۳/۷۱ (۲۳۵/۵۰)	۲۲۹/۲۳ ± ۱۳/۳۶
حالت دوم	۱۵۴/۶۴ ± ۱/۱۳	۱۹/۷۹	۱۸۹/۸۴ ± ۲/۴۴ (۲۳۲/۱۴)	۲۲۶/۳۰ ± ۱۲/۶۰

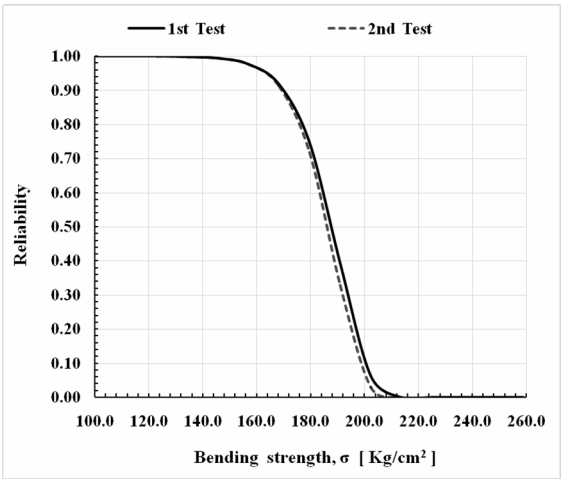
[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

جدول ۶- استحکام‌های خمشی پخت (Kg/cm^2) متناظر با قابلیت‌های اطمینان ۹۵ و ۹۰ درصد برای آزمون‌های بارگذاری حالت نخست و دوم.

روش آزمون	R = ۹۵	R = ۹۰
حالت نخست	۱۶۳/۸	۱۷۰/۱
حالت دوم	۱۶۳/۳	۱۶۹/۴

بدیهی است که معادله‌های به دست آمده علاوه بر نوع بدنهٔ سرامیکی به فرایند ساخت (دانه‌بندی و درصد رطوبت گرانول، فشار پرس، روش شکل‌دهی، دما و چرخهٔ پخت، خواص فیزیکی و مکانیکی بدنه، توزیع و اندازهٔ نقص‌هایی مانند تخلخل‌ها و ترک‌ها و عوامل دیگر) نیز بستگی دارد.



شکل ۳- نمودارهای قابلیت اطمینان برای آزمون‌های حالت نخست و دوم.

در صورتی‌که در تابع وایبول دو پارامتری، معادلهٔ خط راست برازش شده در نمودار $Ln(Ln(\frac{1}{1-P_f}))-Ln\,\sigma$ را به‌صورت کلی $Y= m\cdot x+Y_0$ نشان دهیم، استحکام مشخصه را می‌توان به روش «هندسی» و از محل تقاطع این خط راست با محور عرض‌ها و از رابطهٔ $\sigma_0=\exp(-Y_0/m)$ نیز به‌دست آورد [۱۲]. مقادیر محاسبه شده از تقاطع خط‌های راست برازش شده در شکل ۲ در داخل پرانتز در جدول ۵ درج شده‌اند. این مقادیرِ به‌دست آمده از روش هندسی برای آزمون‌های حالت نخست و دوم به‌ترتیب ۲۲/۹۲ و ۲۲/۲۸ درصد بیش‌تر از میانگین مقادیر منفرد محاسبه شده برای σ_0 هستند و به میانگین مقادیر استحکام خمشی پخت واقعی اندازه‌گیری شدهٔ بدنه‌ها بسیار نزدیک‌ترند و به‌ترتیب ۲/۷۴ و ۲/۵۸ درصد «بیش‌تر» از مقادیر واقعی برای استحکام خمشی پخت میانگین می‌باشند؛ به‌همین دلیل به‌نظر می‌رسد که میانگین مقادیر منفرد محاسبه شده برای σ_0 ارزش عملی بیش‌تری نسبت به عدد به‌دست آمده از روش هندسی خواهند داشت.

مقادیر m به‌دست آمده در این پژوهش بالاتر از ۱/۰ هستند که نشان می‌دهد بدنه‌های کاشی دیواری تمایل دارند تا به‌ازای هر واحد افزایش در تنش اِعمالی، با احتمال بالاتری بشکنند [۱۲].

در آزمون‌های استحکام سرامیک‌ها در مراجع مختلف، مقادیر m بین ۳/۴ تا ۱۳/۹ برای مواد اولیهٔ کائولینیتی [۱۵]، ۳۰-۵ (نمونه‌های تولید صنعتی به‌طور کلی) [۵]، ۱۵/۰ برای کاشی‌های سرامیکی با جذب آب کم‌تر از ۳ درصد [۱۶]، ۷/۰ و ۲۸/۵ برای بارگذاری دینامیک شیشه [۱۷] و کم‌تر از ۴۰ برای دو گروه کاشی‌های استون‌ور پرسلانی و متخلخل [۱۴] ارائه شده است. مدول‌های وایبول

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

به‌دست آمده در این پژوهش (۱۸/۹۴ و ۱۹/۷۹) نشان‌دهندهٔ پراکندگی اندک توزیع استحکام در آزمون‌هاست. به‌نظر می‌رسد علاوه بر روش آزمون، دقت دستگاهی و اپراتوری، فرایند ساخت، شکل‌دهی و دمای پخت، نوع بدنه یا مادهٔ سرامیکی نیز در بزرگی مدول وایبول، m اندازه‌گیری شده مؤثر هستند.

۴- نتیجه‌گیری

- استحکام مشخصهٔ بدنه‌های کاشی سرامیکی بررسی شده (σ_0) کم‌تر از میانگین استحکام خمشی واقعی همین بدنه‌ها بود و نشان‌دهندهٔ ضریب اطمینان مناسب فرمولاسیون بدنهٔ کاشی دیواری طراحی شده است.
- مدل توزیع آماری دو پارامتری وایبول ابزار مناسبی برای بررسی پراکندگی داده‌های استحکام خمشی پخت بدنه‌های کاشی سرامیکی محسوب می‌شود و می‌توان سطوح مختلف قابلیت اطمینان را برای طراحی فرمولاسیون‌های مناسب جهت انواع بدنه‌های کاشی تعریف نمود.
- با استفاده از مدل توزیع آماری وایبول و معادلهٔ قابلیت اطمینان، R، می‌توان استحکام خمشی آستانه (σ_{thr}) را که در آن احتمال شکست بدنه‌های کاشی سرامیکی صفر است، تخمین زد.
- افت استحکام خمشی پخت بدنه‌های کاشی سرامیکی با روش آزمون غیرمخرب پیشنهاد شده (بارگذاری از صفر تا ۱۵۳ Kg/cm^2 و قطع نیرو) برای «فرمولاسیون بدنهٔ کاشی سرامیکی به‌کار رفته در این پژوهش» قابل چشم‌پوشی بود و نمونه‌های ارزیابی شده را می‌توان مجدداً به خط تولید بازگرداند. رویهٔ پیشنهادی فوق پیش از اجرا در واحدهای تولیدی باید به‌صورت دقیق مورد بررسی قرار گیرد و با توجه به فرایند تولید، استحکام خمشی تعریف شده در استاندارد، قابلیت اطمینان مورد نظر و روش انجام آزمون، فرمولاسیون بدنهٔ کاشی باید برای برآورده ساختن شرایط و نیازمندی‌های تعریف شده در صورت لزوم بهینه‌سازی گردد.

مراجع

[1] P. Giacomini, "Qutone Tiles, new large-format tiles Made in India", Ceramic World Review, № 111, Pp. 66-69, Year 25, April/May 2015.

[2] P. Giacomini, "Advanced finishing for XXL sizes", Ceramic World Review, № 112, Pp. 66-71, Year 25, July 2015.

[3] E. Barbero, J. Fernández-Sáez, C. Navarro, "Statistical analysis of the mechanical properties of composite materials", Composites, Part B: Engineering, 31, 2, pp. 375-381, 2000.

[4] L. Esposito, G. Timellini, A. Tucci,, "Fracture toughness of traditional ceramic materials: a first approach", Proceedings Fourth Euro Ceramics, Aetas 4a Conf Soc Ceram Eur., ed. C. Palmonati, Gruppo editorial Faenza Editrice S.p.A., Italy, Vol. 11, pp. 221-230, 1995.

[5] P. Boch, Jean-Claude Nièpce, eds., Ceramic Materials: Processes, Properties and Applications, ISTE Ltd., ISBN 13:978-1-905209-23-1, London, 2007.

[6] Z. P. Bažant and M. T. Kazemi, "Size effect in fracture of Ceramics and its use to determine fracture energy and effective process zone length", J. Am. Cer. Soc., 73 (7), pp. 1841-1853, 1990.

[7] S. F. Duffy, L. M. Powers, A. Starlinger, "Reliability analysis of structural ceramic components using a three-parameter Weibull distribution", 37th International

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]

Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition, Cologne, Germany, June 1-4, 1992.

[8] D. W. Richerson, "Modern ceramic engineering", 2nd edition, Marcel Dekker Inc., 1992.

[9] R. Danzer, T. Lube, P. Supancic, "Fracture statistics of Ceramics – A short overview", 11th International Conference on Fracture 2005 (ICF11), Turin, Italy, 20-25 March 2005, Volume 1 of 8, ISBN: 978-1-61782-063-2, pp. 5729-5734.

[10] M. Abubakar, M. N. Tamin, N. Ahmad, "A three parameter Weibull of flexural strength variation of porous sintered clay", in Recent Advances in Mathematical and Computational Methods, Proceedings of 17th International conference on Mathematical and Computational Methods in science and engineering (MACMESE'15), ed. I. J. Rudas, ISBN: 978-1-61804-302-3, ISSN: 2227-4588, pp. 125-132, Kuala Lumpur, Malaysia, April 23-25, 2015.

[11] B. Wasiluk, J.P. Petti and R.H. Dodds, Jr.,"Temperature Dependence of Weibull Stress Parameters: Studies Using the Euro-Material Similar to ASME A508 Class-3 Steel", Department of Civil and Environmental Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, U.S. Nuclear Regulatory Commission Office of Nuclear Regulatory Research Washington, DC 20555-0001, NRC Job Code Y6951.

[12] A. Suresh Babu and V. Jayabalan, "Weibull probability models for fracture strength of Aluminium (1101)-Alumina particle reinforced metal matrix composite", J. Mater. Sci. Technol., Vol. 25, No. 3, pp. 341-343, 2009.

[13] R. Jain, "Effective area and effective volume calculations for ceramic test specimens", Ph.D. thesis in civil engineering, Cleveland State University, May 2008.

[14] Z. P. Bažant, Jia-Liang Le and M. Z. Bazant, "Scaling of strength and lifetime probability distributions of quasi-brittle structures based on atomistic fracture mechanics", PNAS, Vol. 106, No. 28, pp. 11484-11489, July 14, 2009.

[15] G. P. Souza, R. Sanchez, J. N. F. de Holanda, "Characteristics and physical-mechanical properties of fired kaolinitic materials", Cerâmica 48 (306), pp. 102-107, April/May/June 2002.

[16] L. J. M. G. Dortmans, G. de With, A. Reymer, "Size effects for the strength of ceramic tiles", Klei Glas Keramiek (KGK), Vol. 17, No.9, pp. 23-25, 1996.

[17] X. Brajer, P. Forquin, R. Gy, F. Hild, "The role of surface and volume defects in the fracture of glass under quasi-static and dynamic loadings", Journal of Non-Crystalline Solids, 316, pp.42-53, 2003.

[Downloaded from ijcse.ir on 2026-11-13]

[DOR: 20.1001.1.23222352.1395.5.1.7.7]