

## مدل سازی فرایند فشرده سازی پودر سرامیکی زیر کونیا تحت پرس سرد

رضا بنی عامریان<sup>۱</sup>، محمود فرهادی نیا<sup>۱</sup>، میثم سروش<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه صنعتی مالک اشتر، <sup>۲</sup> دانشگاه خواجه نصیر

reza\_baniamerian@yahoo.com

**چکیده:** استفاده از روش های شبیه سازی در متالورژی پودر توسعه روزافزون یافته است. عمده اهمیت این روش کاهش هزینه و تکرار آزمایشات به صورت سعی و خطا می باشد، علاوه بر این امکان انجام بسیاری از آزمایشات در شرایط معمولی به دلیل کمبود امکانات و هزینه های بالا امکان پذیر نمی باشد. در این مقاله مدل های میکرومکانیکی و ماکرومکانیکی برای شبیه سازی فرایند فشرده سازی پودر مورد بررسی قرار گرفته و مدل دراکر-پراگر/کپ، به عنوان کامل ترین و پرکاربردترین مدل برای فرایند شبیه سازی پودرهای سرامیکی مورد استفاده قرار گرفته است. کانتور توزیع چگالی در نمونه زیر کونیا با استفاده از حل المان محدود پیش بینی شده و نتایج آن با کارهای آزمایشگاهی انجام شده توسط محققان دیگر مقایسه شده و همخوانی بسیار خوبی مشاهده شده است. همه نتایج حاکی از نقش غیر قابل انکار اصطکاک روی توزیع چگالی و تنش ها در نمونه پودری دارند. اصطکاک باعث به وجود آمدن گرادیان چگالی و در نتیجه آن ناهمگنی توزیع چگالی در نمونه خواهد شد.

**کلید واژه:** شبیه سازی، فرایند فشرده سازی پودر، مدل های میکرومکانیکی، مدل های ماکرومکانیکی، اصطکاک

### ۱- مقدمه

صنعت شکل دهی پودرهای فلزی و سرامیکی از دیرباز مورد توجه بوده و تحقیقات متعددی در این زمینه انجام شده است. هم اکنون نیز در خطوط تولید اتوماتیک از همان روش های قدیمی تنها با اندکی تغییر استفاده می شود. بسیاری از این روش ها مبتنی بر اصول و قوانین تجربی می باشد. روش های مذکور در راه اندازی خطوط تولید جدید، با بکارگیری خطوط تولید قدیمی و مواد اولیه جدید دارای مشکلات متعددی هستند. از جمله این مشکلات می توان به پرهزینه بودن آزمایشات در تعیین بهترین شکل ابزار و شرایط شکل دهی و نیز به هدر رفتن مواد اولیه اشاره نمود. بنابراین کسب اطلاعات لازم از طریق مدل های تئوری بسیار مهم می باشد؛ مدل ها و روش های کامپیوتری برای شبیه سازی مراحل شکل دهی پودرهای فلزی و سرامیکی نقش بسیار مهمی ایفا می کند. روش های گوناگونی برای شکل دهی مواد صنعتی وجود دارد که در آن تغییر شکل های بزرگ و پلاستیک وجود دارد. شبیه سازی تمامی این روش ها در قالب دو فرایند اصلی زیر صورت می پذیرد که با تغییر نوع مواد اولیه و شکل ابزار، بتوان اطلاعات لازم و مفید را استخراج نمود. در این راستا استفاده از مدل سازی عددی به صورت زیر می باشد [۱]:

- مدل سازی رفتار مواد در طی مراحل شکل دهی.
  - دستیابی به الگوریتم عددی مناسب به منظور کسب جواب های واقعی برای فرایند فشرده سازی پودر.
- سرامیک ها بطور افزاینده ای در صنایع مدرن اهمیت پیدا کرده اند، چون خواص فیزیکی و مکانیکی خوبی دارند. معمولاً قطعات

سرامیکی به‌وسیله فشردن‌سازی قالبی سرد و با تفجوشی<sup>۱</sup> در مرحله بعد و عملیات تکمیلی یا بوسیله پرس گرم یا پرس ایزواستاتیک گرم و عملیات تکمیلی تولید می‌شوند. در میان این مراحل تفجوشی بوسیله تحقیقات زیادی به صورت تئوری و آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. مطالعه درباره رفتار چگال‌سازی پودر سرامیکی تحت فشردن‌سازی قالبی سرد پیش از مرحله تفجوشی غالباً به روش سعی و خطا در آزمایشگاه وابسته شده است.

اصطکاک بین پودر و دیواره قالب در طول فشردن‌سازی غالباً باعث به وجود آمدن تنش پسماند و چگال‌سازی ناهمگن در قطعات تولید شده می‌شود. ناهمگنی توزیع چگالی در فشردن‌سازی پودر منجر به غیر یکنواختی انقباض یا اعوجاج در طول فرایند تفجوشی و در نتیجه کنترل شکل نهایی قطعات سرامیکی مشکل است. تنش پسماند موجب ایجاد ترک‌هایی در پودر فشردن‌سازی شده در حین بیرون‌اندازی شکل فشردن‌شده از قالب یا در طول مرحله تفجوشی و در نتیجه اثراتی روی خواص مکانیکی قطعه خواهد داشت. چگالی که در حین فشردن‌سازی قالبی سرد در پودرهای سرامیکی می‌توان به آن رسید در مقایسه با پودرهای فلزی نسبتاً پایین‌تر است، و سرامیک فشردن‌شده سپس دستخوش تغییر حجم قابل توجه در حین عملیات تفجوشی می‌شود. و همچنین اثرات توزیع ناهمگن چگالی و تنش پسماند در پودرهای سرامیکی فشردن‌شده در مقایسه با پودرهای فلزی فشردن‌شده از اهمیت بیشتری برخوردار است [۲].

مدل‌سازی‌های فرآیند با استفاده از آنالیزهای المان محدود برای بهینه‌سازی طراحی قالب، کمینه‌سازی فشار مورد نیاز برای پرس و گرادیان چگالی و کنترل شکل‌های نهایی قطعات سرامیکی می‌تواند مؤثر باشد. مدل‌سازی‌های عددی برای فرایند فشردن‌سازی پودر نیازمند مدل‌های رفتاری مناسب که بتواند رفتار چگال‌سازی پودر سرامیکی را توصیف کند.

رفتار چگال‌سازی پودر سرامیکی می‌تواند با توجه به برهم‌کنش دانه‌های پودر، رفتار اصطکاک، و نیز مشخصه‌های پودر از قبیل اندازه، سختی و شکل مورد مطالعه قرار گیرد. یک روش این است که پودرها را به عنوان یک محیط پیوسته در نظر بگیریم. آنالیزهای عددی برای مدل‌های رفتاری بر اساس مکانیک محیط پیوسته به طور گسترده‌ای در مکانیک خاک به منظور به دست آوردن توزیع تنش تحت شرایط پیچیده بارگذاری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مدل کردن صحیح رفتار پودر در طول فرایند فشردن‌سازی اولین موضوعی است که قبل از شبیه‌سازی نیاز به حل آن است. برای مثال در ابتدای دهه ۱۹۵۰ محققان دریافتند که ترک‌های به وجود آمده در قطعات پرس شده در نتیجه هر دو نوع تنش برشی (انحرافی)<sup>۲</sup> و هیدرواستاتیک<sup>۳</sup> هستند. در این زمان اکثر مطالعات بر روی خاک و مکانیک مربوط به آن مورد توجه مهندسان و محققان بود. در دهه‌های ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ مدل‌ها بر اساس قوانین سخت‌شوندگی وابسته به چگالی بود. در این زمان یافته شد که رفتار خاک علاوه بر این که به چگالی قابل دسترس وابسته است، حالت تنش اعمالی نیز چگال‌سازی و سخت‌شوندگی ماده ما را تحت تاثیر قرار می‌دهد. این پدیده‌ها در نظر گرفته شد و سطح تسلیم با استفاده از روابط ریاضی بین تنش و کرنش به دست آمد. زمانی که متالورژی پودر رشد پیدا کرد، انجمن‌های علمی شروع به کاربرد قوانین مکانیک خاک برای فشردن‌سازی پودرها کردند. در دهه‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ روش‌های ویژه‌ای برای مطالعه برهم‌کنش بین ذره‌ها در طول فشردن‌

<sup>1</sup> Sintering

<sup>2</sup> Deviator stress

<sup>3</sup> Hydrostatic pressure

سازی در ابعاد میکرومکانیکی مورد استفاده قرار گرفت. مدل‌های پدیدارشناختی<sup>۱</sup> با استفاده از روش المان محدود در دهه‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ به منظور شبیه‌سازی فرایند فشرده‌سازی قطعات واقعی مورد استفاده قرار گرفت. در نتیجه پیشرفت قدرت کامپیوتر و توسعه کدهای جدید بر اساس برهم‌کنش ذرات-مثلا روش‌های المان گسسته- مدل‌های میکرومکانیکی و بسیاری مدل‌های دیگر که برای شبیه‌سازی عددی فرایند بسیار جالب است مورد استفاده قرار گرفت [۳].

در حال حاضر، مدل‌های رفتاری برای چگال‌سازی پودر سرامیکی عموماً از مکانیک خاک و متالورژی پودر اقتباس شده‌اند. برای مطالعه رفتار چگال‌سازی پودر سرامیکی، استریجابز و همکاران از مدل سخت‌گردانی مضاعف برای شن و شوارتز و وینستین و بروس از مدل مور-کلمب استفاده کرده‌اند. شیما و میمورا مدل حاصل از داده‌های آزمایشگاهی برای پودر آهن و پودر مس را برای پودر سرامیکی سازگار کردند [۴].

پودر سرامیکی بوسیله بازآرایی شامل لغزیدن و چرخیدن پودرها چگال‌سازی می‌شوند. هم‌چنین پودر سرامیکی تمایل به وضعیت آگلومراسیون در نتیجه جاذبه واندروالس بین ذرات پودر را دارا می‌باشد. از اینرو، ضروری است که مدل رفتاری از آزمایشات بررسی رفتار چگال‌سازی پودرهای سرامیکی به دست آورده شود. از داده‌های آزمایشگاهی پودر زیرکونیا تحت فشار سه محوری، بورتزیمیر [۵] یک مدل تقریباً خطی کپ پیشنهاد داد و داده‌های آزمایشگاهی را با محاسبات المان محدود از مدل پیشنهادی مقایسه کرد. اخیراً آیدین و همکاران [۶] رفتار چگال‌سازی پودر آلومینا را تحت فشرده‌سازی قالبی را بوسیله مقایسه محاسبات المان محدود از مدل اصلاح شده دراگر-پراگر/کپ با داده‌های آزمایشگاهی بررسی کرده‌اند.

## ۲- بیان مسئله

فشردن مواد پودری یکی از راه‌های شکل‌دهی مواد است که در آن ذرات ریز پودر به وسیله اعمال بار خارجی به هم می‌چسبند. چگونگی تراکم پودرها از لحاظ ساختاری به تغییر شکل‌های پلاستیک، سخت‌شوندگی، میزان چسبندگی ذرات پودر و از لحاظ هندسی به اندازه، شکل، چگونگی توزیع ذرات و مواد روان‌کننده، به منظور تسهیل حرکت داخلی ذرات در حین مراحل فشردن وابسته می‌باشد. یکی از مهم‌ترین مشکلاتی که در مورد فشردن پودرها رخ می‌دهد، ظهور نواحی با چگالی بالا است که بوسیله نواحی با چگالی کمتر احاطه شده‌اند. ایجاد این نواحی منجر به اختلال در مراحل فشردن می‌شود. این غیرهمگنی چگالی در ابتدا در اثر اصطکاک داخلی ذرات و یا اصطکاک بین ذرات و دیواره قالب رخ می‌دهد. در فشردن پودرها به طور کلی سه مرحله اساسی داریم [۷]:

در فشار پایین، ذرات بر روی هم می‌لغزند و تغییر آرایش ذرات صورت می‌گیرد.

تغییر شکل الاستیک و پلاستیک ذرات اتفاق می‌افتد و جسم به صورت یکپارچه درمی‌آید، ولی هنوز از مقاومت مورد نظر برخوردار نیست.

در فشارهای بالاتر مقاومت ماده در برابر تغییر شکل به سرعت بالا می‌رود، یا در اصطلاح ماده کارسخت می‌شود.

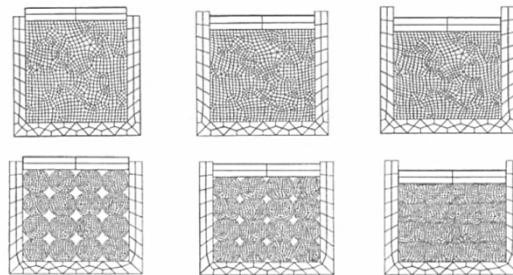
در مورد سرامیک‌ها برای فشرده‌سازی با مشکلات بیشتری مواجه هستیم، چون چسبندگی بین ذرات بسیار کمتر از فلزات بوده و

<sup>1</sup> Phenomenological

تغییر شکل پلاستیک کمتری در آنها اتفاق می‌افتد. در فشرده‌سازی‌های سرد به چگالی‌های نسبی کمی برای سرامیک‌ها می‌توان دست یافت [۴].

### ۳- مدل‌سازی عددی برای فشرده‌سازی پودر

مدل‌سازی عددی فرایند فشردن بر اساس رفتار مکانیکی پودر است و وقتی با داده‌های آزمایشگاهی تلفیق شود، می‌تواند به عنوان ابزاری قدرتمند که صرفه‌جویی اقتصادی و زمانی فراوانی دارد، تلقی شود. مدل‌های محاسباتی توسعه داده شده برای شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی پودر را می‌توان به دو دسته روش‌های میکرومکانیکی و ماکرومکانیکی تقسیم کرد. روش میکرومکانیکی ذرات پودر را به صورت کاملاً گسسته در نظر می‌گیرد و همه‌ی رفتارهای موضعی<sup>۱</sup> پودر از قبیل تماس پودر، لغزش، خرد شدن و تجزیه و غیره را در نظر می‌گیرد. از طرف دیگر روش‌های ماکرومکانیکی یا روش پیوسته<sup>۲</sup> رفتار کلی پودر را به وسیله ایده‌آل‌سازی توده پودر به عنوان یک ماده پیوسته فرض می‌کند [۸]. اشکال شماتیک این روش‌ها در شکل ۱ آورده شده است.



ب

الف

شکل ۱- الف) شبیه‌سازی با جسم غیرپیوسته ب) شبیه‌سازی با جسم پیوسته [۸].

مدل میکرومکانیکی روی رفتار بین ذره‌ای که حالت ماده را به وسیله فاکتورهای زیادی در نظر می‌گیرد، تمرکز می‌کند که شامل متوسط عددی تماس‌ها، نسبت حجمی ذرات، جهت‌گیری و توزیع تماس‌ها و سطوح تماس است. مدل‌سازی پودر به عنوان اجزای گسسته مشکلات زیادی را در مدل‌سازی واقعی آن ایجاد می‌کند. چون پودر از میلیون‌ها ذره با رفتار متفاوت در نواحی مختلف تشکیل شده است، و تنها نماینده‌ای از هر ناحیه مدل‌سازی می‌شود. این ساده‌سازی برای مدل‌سازی میکرومکانیکی ضروری می‌باشد. بسیاری از محققان در کارهایشان فرض می‌کنند که پودر تنها شامل ذرات کروی ساده با اندازه یکسان می‌باشد. اگرچه برای کاربرد در مسائل شبیه‌سازی واقعی این مدل غیر عملی است، زیرا قادر به ارائه رفتار کلی پودر نیست. مدل ماکرومکانیکی در بسیاری از فرایندهای شکل‌دهی پودر استفاده می‌شود. این روش بیشتر به واقعیت نزدیک است و توانایی فراهم آوردن اطلاعات مفیدی از رفتار ماکروسکوپی پودر از قبیل توزیع چگالی، حالت تنش و شکل نهایی قطعه فشرده شده در حین فرایند را دارد. دانستن رفتار ماکروسکوپی ماده از اهمیت بالایی برخوردار است، زیرا فشرده‌سازی پودر در قالب، باعث غیریکنواختی چگالی می‌شود که آن هم تبعاتی از قبیل شکست یا ترک برداشتن در حین مراحل بعدی را دارد [۸].

<sup>1</sup> Local

<sup>2</sup> Continuum

مدل‌های ماکرومکانیکی خود به دو دسته تقسیم می‌شوند: مدل رفتاری الاستو-پلاستیک [۹] و مدل رفتاری پلاستیک صلب [۱۰]. از این آنالیزها به عنوان فرمول‌بندی جامد و سیال یاد می‌شود به طوری که در حالت فرمول‌بندی جامد، مصالح بصورت الاستو-پلاستیک یا الاستو-ویسکوپلاستیک عمل می‌کند و در حالت سیال، مصالح به صورت پلاستیک صلب یا ویسکوپلاستیک صلب عمل می‌کند که در این حالت از کرنش الاستیک صرف‌نظر می‌گردد. آنالیز پلاستیک صلب<sup>۱</sup> در مواقعی که کرنش‌های الاستیک بسیار کوچک باشند قابل استفاده است.

آنالیز الاستوپلاستیک درحالتی که مقادیر تنش پسماند<sup>۲</sup> مورد نظر باشد، مناسب است. برای این نوع آنالیز فرض بر رابطه خطی بین نمو کوچک تنش با کرنش می‌باشد که منجر به حل مستقیم یکسری معادلات خطی برای محاسبه نمو تغییر مکان گره‌ها و تنش و کرنش در المان‌ها خواهد شد. به طوری که انتگرال‌گیری از این کمیت‌ها منجر به محاسبه مقدار کلی کمیت به صورت تابعی از متغیرهای فرایند نظیر زمان می‌گردد. با توجه به غیر خطی بودن مصالح و هندسه در فرایند شکل دهی پودر، اندازه گام‌ها برای انتگرال‌گیری دقیق باید کوچک باشد.

مدل‌های ماکرومکانیکی که شامل تئوری‌های پلاستیسیته ریاضی هستند را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: روش سیال<sup>۳</sup> که توالی نمو‌های بسیار کوچک تغییر شکل را در نظر می‌گیرد و تنش لحظه‌ای با نمو نرخ کرنش رابطه مستقیم دارد. و روش جامد<sup>۴</sup> که به توصیف حرکت کلی یا به روز شده<sup>۵</sup> می‌پردازد.

دو روش میکرومکانیکی و ماکرومکانیکی مزایا و معایبی را در مدل‌سازی فرایند فشردگی پودر دارا می‌باشند. با این حال از دیدگاه صنعتی روش ماکرومکانیکی روش مناسب‌تری برای مدل‌سازی توده پودر در ابعاد صنعتی می‌باشد. باور بر این است که مطالعات میکرومکانیکی نقش مهمی در بررسی ریز ساختار ماده دارد، اما کاربرد آن در مسائل واقعی همان‌گونه که قبلاً هم ذکر شد به خاطر این که توانایی توصیف رفتار کلی پودر را ندارد، غیر عملی است [۸].

در شبیه‌سازی عددی رفتار مکانیکی پودرهای فلزی تمرکز اصلی روی دو مورد است، اول انتخاب مدل رفتاری<sup>۶</sup> مناسب و دوم الگوریتم اصطکاکی برای توصیف برهم کنش پودر و قالب است. برای مطالعه مدل‌های ماکرو و میکرومکانیکی به منبع [۱] مراجعه شود. در این مقاله به بررسی روش ماکرومکانیکی و مدل مورد استفاده یعنی مدل دراگر-پراگر می‌پردازیم.

### ۳-۱- مدل‌های پدیده‌شناسی فشردن

همان‌گونه که در بخش قبل ذکر شد، مدل‌های میکرومکانیکی می‌تواند بینش جالبی در مورد مکانیزم اتفاق افتاده در طول فشردگی در اختیار قرار بدهد. این مدل‌ها به‌طور مفهومی متقاعد کننده و خیلی موفق بوده است. به عنوان مثال در مورد توضیح نتایج آزمایشات سه‌محوری<sup>۷</sup> روی پودرهای فلزی نسبتاً کروی صدق می‌کند. برای بسیاری از پودرهای تجاری مدل‌های ماکرومکانیکی موفقیت

<sup>1</sup> Rigid-plastic

<sup>2</sup> Residual stress

<sup>3</sup> Flow

<sup>4</sup> Solid

<sup>5</sup> Updated

<sup>6</sup> Constitutive models

<sup>7</sup> Triaxial

بیشتری نسبت به مدل‌های میکرومکانیکی کسب کرده‌اند. به علاوه بیشتر آنالیزهای منتشر شده در مورد فشردگی پودر در اشکال ساده و پیچیده که این پودرها شامل پودرهای فلزی و سرامیکی است، بیشتر بر اساس مدل‌های ماکرومکانیکی است [۱۶]. مدل‌های سازگار زیادی برای شبیه‌سازی فشردگی وجود دارد اما در اینجا به همه آنها اشاره نمی‌شود و تنها مدل پرکاربرد دراکر-پراگر بررسی می‌شود. این مدل بیشترین کاربرد را در بین محققان دارد و کامل‌ترین مدل برای بررسی رفتار فشردگی پودرهای سرامیکی می‌باشد [۱۷].

### ۳-۱-۱- مدل دراکر-پراگر

مهم‌ترین مدل سازگاری که در شبیه‌سازی به روش المان محدود استفاده می‌شود مدل دراکر-پراگر یا در اصلاح مدل کپ<sup>۱</sup> است. مدل‌های مختلفی برای سطوح تسلیم متفاوت توسعه داده شده‌اند، اما همه آنها به نوعی یک رفتار سخت‌شوندگی یکسان را بیان می‌کنند. سطح تسلیم این مدل شامل خط شکست دراکر-پراگر<sup>۲</sup> یا سطح  $F_s$  است و نیز یک سطح کپ بیضوی که  $F_c$  نامیده می‌شود، این سطح تسلیم محدب ترکیبی را در صفحه تغییرناپذیرهای اول و دوم تنش<sup>۳</sup>  $(p-q)$  مطابق شکل زیر فراهم می‌نماید. معادلات نیز در پایین توضیح داده شده‌اند.

$$F_c = \sqrt{(p - p_a)^2 + (Rq)^2} - R(d + p_a \tan \beta) = 0 \quad (1)$$

$$F_s = q - p \tan \beta - d = 0 \quad (2)$$

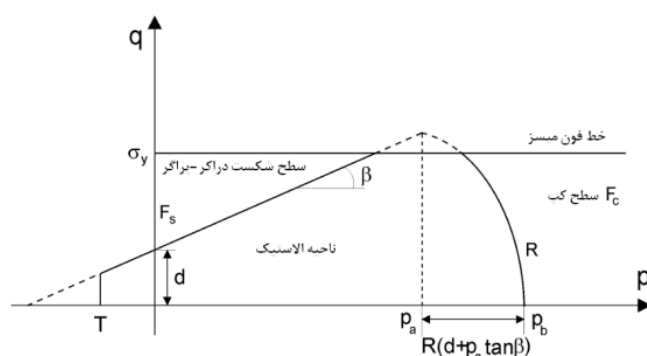
که  $p$  فشار هیدروستاتیک (تنش میانگین) و  $q$  تنش معادل فون میسر است. پارامترهای  $R$  خروج از مرکز کپ،  $d$  استحکام چسبندگی و  $\beta$  زاویه چسبندگی که در مدل اصلی مقادیری ثابت هستند.  $p_a$  تابع سخت‌شوندگی وابسته به چگالی است. در شکل ۲ دو بسط مدل توسعه داده شده کپ دیده می‌شود: عرض از مبدأ<sup>۴</sup>  $T$  که مشخصه استحکام کششی پودر فشرده شده است. و استحکام تسلیم فون میسر  $\sigma_y$  برای مواد چگال. در داخل سطح تسلیم پودر رفتار الاستیک از خود نمایش می‌دهد. اگر تنش به سطح تسلیم برسد پودر رفتار پلاستیک از خود نشان می‌دهد، چگالی پودر افزایش می‌یابد، اگر حالت تنش روی کپ باشد. زمانی که حالت تنش به خط شکست برسد میزان تنش مطابق شکل کاهش پیدا می‌کند. انبساط (اتساع) بیانگر نرمی است بنابراین کرنش‌های موضعی و ترک ممکن است به وجود آید. هافستتر و همکاران [۱۸] فرمولاسیون تابع تسلیم مدل کپ را به منظور اطمینان از پایداری خوب مدل پیشنهاد دادند. این کار اخیراً توسط چترو [۱۹] برای پودرهای نرم توسعه داده شده است. برای بعضی اهداف کلی در بسته‌های المان محدود مانند آباکوس مدل دراکر-پراگر/کپ در شکل اصلی و اساسی خود پیاده‌سازی شده است. در برنامه پیاده‌سازی شده در نرم‌افزار آباکوس متغیر سختی  $p_b$  وابسته به کرنش حجمی (که معادل با چگالی است) است. در حالی که پارامترهای دیگر مانند گریز از مرکز  $R$ ، استحکام چسبندگی  $d$ ، زاویه چسبندگی  $\beta$  مقادیری ثابت هستند. همچنین استحکام خام با افزایش چگالی افزایش می‌یابد [۱۷].

<sup>1</sup> Cap

<sup>2</sup> Drucker-prager failure line

<sup>3</sup> First and second stress invariants

<sup>4</sup> Tension cut off



شکل ۲- مدل دراکر-پراگر / گپ اصلاح شده [۱۷]

#### ۴- بررسی نتایج تحلیل اجزای محدود

برای حل مسئله فشرده‌سازی و توزیع چگالی در نمونه زیرکونیا از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. در حل این مسئله از دو تئوری بسیار مهم استفاده شده است. اولین تئوری مورد استفاده، روش پنالتی برای توجیه مسئله تماس بین توده پودر و قالب، و توده پودر و پانچ می‌باشد. دومین تئوری مورد استفاده نیز روش اویلری-لاگرانژی می‌باشد، که برای جلوگیری از اعوجاج المان‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در دو قسمت بعدی این دو تئوری اساسی برای پیش‌بینی توزیع چگالی در نمونه توضیح داده شده است. از حلگر دینامیکی<sup>۱</sup> نرم‌افزار آباکوس برای حل مسائل شکل‌دهی استفاده می‌شود. چون اعمال نیرو توسط پانچ به توده پودر یک مسئله دینامیکی است. در این مساله از روش کنترل جابجایی استفاده شده است. یعنی میزان جابجایی نهایی به عنوان داده ورودی به نرم‌افزار وارد می‌شود. در اکثر مسائل شکل‌دهی از روش کنترل جابجایی بهره گرفته می‌شود چون در اینگونه مسائل با توجه به تغییرات زیاد نیرو (نوسانی بودن) استفاده از روش کنترل نیرو منطقی نیست.

#### ۴-۱- روش پنالتی

دو تئوری اصلی برای حل مسائل تماس استفاده می‌شود، که هر کدام از آنها دارای روشی متفاوت هستند. این دو تئوری عبارتند از: روش تابع پنالتی، روش لاگرانژی. تفاوت اصلی این دو روش در فرمولاسیون آنها برای انرژی پتانسیل سطوح تماس می‌باشد. روش پنالتی دارای مقبولیت بیشتری نسبت به روش لاگرانژی برای حل مسائل تماس است. روش پنالتی روشی بسیار مفید برای حل مسائل تماسی همراه با اصطکاک می‌باشد. اشکال اساسی روش لاگرانژی در همگرایی ضعیف آن در مسائل می‌باشد. روش پنالتی شامل اضافه کردن یک ترم پنالتی به انرژی پتانسیل برای افزایش دقت در حل مسائل تماس ترم پنالتی شامل ماتریس سختی سطح تماس می‌باشد. ماتریس سختی سطح تماس به ماتریس سختی کل اضافه می‌شود، و معادله نموی المان محدود آن به صورت زیر درمی‌آید:

$$[K_b + K_c]u = F \quad (3)$$

که  $K_b$  ماتریس سختی کل و  $K_c$  ماتریس سختی سطح تماس می‌باشد. که  $K_c$  یک ترم غیرخطی است. اندازه نیروی کل و

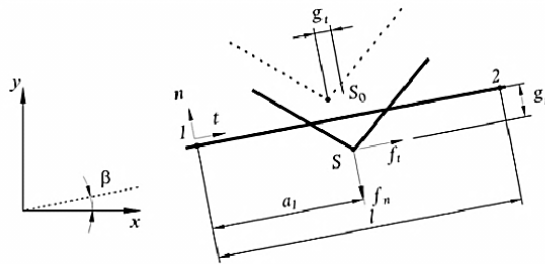
<sup>1</sup> Dynamic/explicit

جابجایی عبارتست از:

$$u^{tot} = \sum \Delta u \quad (5) \quad F^{tot} = \sum \Delta F \quad (4)$$

که  $F^{tot}$  بردار نیرو و  $u^{tot}$  بردار متناظر با جابجایی می‌باشند.

برای بدست آوردن ماتریس سختی، ناحیه تماس به یک سری از المان‌های تماسی تقسیم می‌شود. شکل ۳ نمای دو بعدی از المان تماسی را نشان می‌دهد، که شامل یک نود پیرو<sup>۱</sup> (نقطه S) و خط اصلی و مرجع که نقطه ۱ را به نقطه ۲ متصل می‌سازد.  $S_0$  نشان دهنده نود پیرو قبل از افزایش تدریجی نیرو می‌باشد و نقطه S بیانگر نود پس از بارگذاری می‌باشد.



شکل ۳- المان تماسی-روش پنالتی

نیروی مماسی در سطح تماس برابر با اندازه نیروی اصطکاکی می‌باشد، و از اینرو اولین تغییرات انرژی پتانسیل در المان تماسی برابر است با:

$$\delta \Pi_c = f_n \delta g_n + f_t \delta g_t = k_n g_n \delta g_t + \text{sgn}(g_t) \mu_d k_n g_n \delta g_t \quad (6)$$

که  $K_n$  ارائه دهنده یکی از ترم‌های تابع پنالتی برای بیان رابطه بین نیروی تماس و نفوذ این تماس در جهت عمود می‌باشد.  $K_t$  دیگر ترم پنالتی برای بیان رابطه بین نیروی تماس و نفوذ این تماس در جهت مماسی می‌باشد.  $g_n$  نفوذ در جهت عمود و  $g_t$  نفوذ در جهت مماسی را بیان می‌کنند [۲۰].

$$f_n = k_n g_n \quad (7)$$

$$f_t = -\text{sgn}(g_t) \mu_d (k_n g_n) \quad (8)$$

#### ۴-۲- روش اویلری-لاگرانژی<sup>۲</sup>

بسیاری از مسائل را نمی‌توان توسط مش‌های لاگرانژی آنالیز کرد. در مواردی که ماده به شدت دچار تغییر شکل می‌شود، المان‌های لاگرانژی نیز به تبع آن دچار اعوجاج می‌شوند، زیرا در روش لاگرانژی المان‌ها با ماده حرکت می‌کنند. به دلیل اعوجاج شدید المان‌ها، دترمینان ماتریس ژاکوبین منفی خواهد شد که پیامد آن، توقف محاسبات خواهد بود. بعلاوه در بسیاری از مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ، بازسازی مش‌های لاگرانژی پروسه‌ای وقت‌گیر و پرهزینه خواهد بود.

<sup>1</sup> Slave node

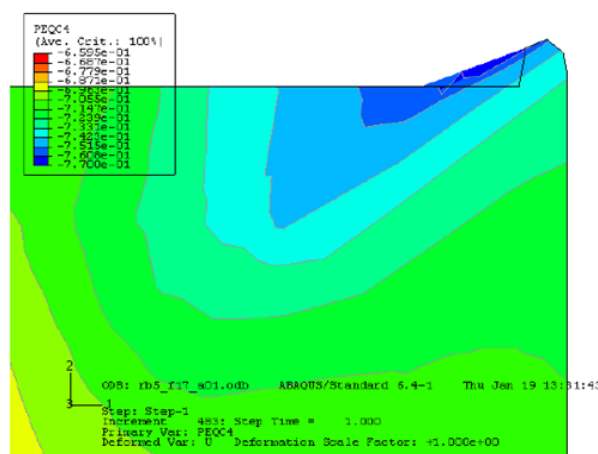
<sup>2</sup> Arbitrary Lagrangian-Eulerian method



در برخی از مسائل، روش‌های لاگرانژی ماهیتاً نامناسب است. به عنوان مثال، در مکانیک سیالات، معمولاً فقط محدوده خاصی از سیال مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای آنالیز این‌گونه مسائل، المان‌های اولری مناسب‌تر می‌باشد. در المان‌های محدود اولری، المان‌ها همگی ثابت هستند و ماده از درون آن حرکت می‌کند. بنابراین، المان‌های اولری در تغییر شکل‌های بزرگ ماده دچار اعوجاج نمی‌شوند، اما مهم‌ترین اشکال روش‌های اولری این است که رفتار موادی که پاسخ آنها وابسته به تاریخچه بارگذاری است در این روش‌ها به نحو مناسب مدل نمی‌شوند. از طرفی مدل سازی حرکت مرزهای جسم با المان‌های اولری مشکل است. در مسائلی که هم تغییر شکل‌های بزرگ و هم حرکت آزاد مرزهای جسم وجود دارد هیچ کدام از روش‌های لاگرانژی و اولری به تنهایی قابل استفاده نیست. هدف اصلی استفاده حداکثر از مزایای دو روش قبل و به حداقل رساندن معایب آن از طریق ترکیب، روش اویلری-لاگرانژی فرمولاسیون دو دیدگاه می‌باشد.

نمونه‌ای از یک تحلیل برای فرایند فشرده‌سازی در شکل ۴ نمایش داده شده و مشاهده می‌شود که المان‌ها بر اثر تغییر شکل زیاد دچار اعوجاج شده و فرایند شبیه‌سازی را دچار مشکل می‌کنند [۲۲،۲۱].

در این مساله فرکانس برابر با ۱۰ هرتز و مقدار مش در هر نمو<sup>۱</sup>، عدد ۱ وارد شده است. این اعداد بر حسب شدت تغییر شکل المان‌ها انتخاب می‌شود تا المان‌های موجود پس از اتمام حل دچار اعوجاج نشوند. مثلاً اگر میزان فرکانس بزرگ انتخاب شود شکل المان‌ها بسیار نامناسب و دارای اعوجاج زیادی خواهد بود.



شکل ۴- المان‌های دچار اعوجاج شده

## ۵- بحث بر روی نتایج

در این مقاله رفتار فشرده‌سازی پودر زیرکونیا که یک سرامیک است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. ۶/۴ گرم پودر زیرکونیا در داخل قالبی استوانه‌ای به قطر ۱۳/۱ میلی‌متر ریخته شده است، ارتفاع پودر در داخل قالب به ۲۵/۳ میلی‌متر می‌رسد. چگالی اولیه پودر با استفاده از این اطلاعات قابل محاسبه است:

<sup>1</sup> Remeshing sweeps per increment

$$\rho_{\text{اولیه}} = \frac{m}{V} = \frac{6/4}{\pi \times 6/55^2 \times 25/3} = 1/88 (g/cm^3)$$

اطلاعات مربوط به چگالی تئوری و ضرایب الاستیک، شامل مدول یانگ و ضریب پواسون در جدول ۱ آورده شده است.

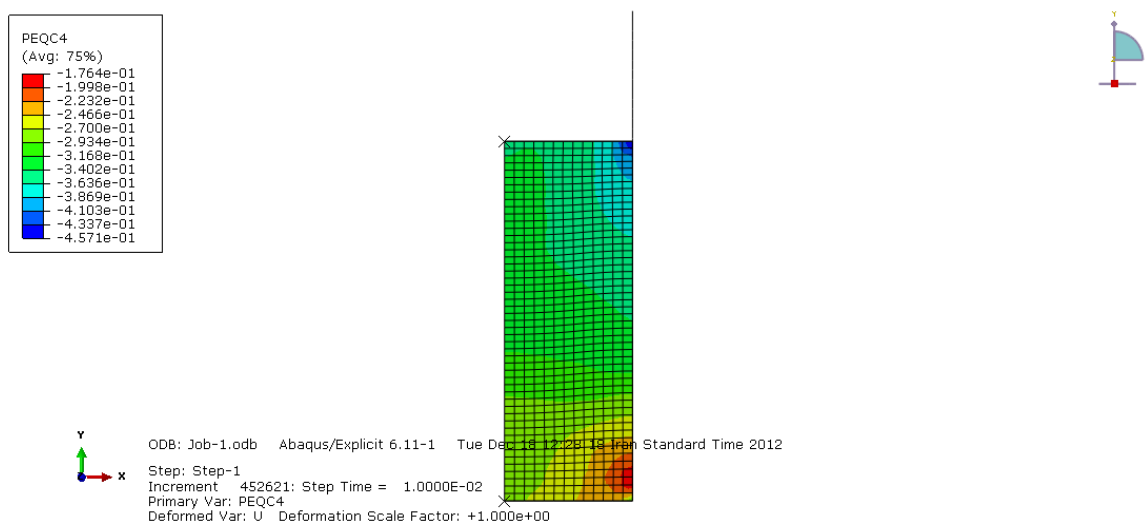
جدول ۱- خواص فیزیکی زیرکونیا [۲]

۶/۰۸	دانسیتته تئوری ( $g/cm^3$ )
۲۰۶	مدول یانگ ( $GPa$ )
۰/۳۱	ضریب پواسون

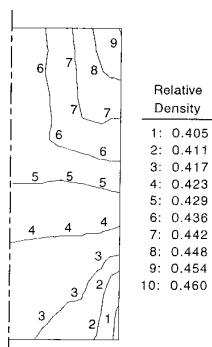
چگالی اولیه نمونه برابر با ۱/۸۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب است، با تقسیم این مقدار بر چگالی تئوری که برابر با ۶/۰۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب است، مقدار چگالی نسبی به دست می‌آید. مقدار چگالی نسبی اولیه برابر با ۰/۳۱ است و بعد از فشردن در قالب به چگالی نسبی ۰/۴۶ رسیده است. علت این چگالی نسبی کم این است که سرامیک‌ها بعد از عملیات فشرده‌سازی سرد اولیه چگالی‌های پایینی را نتیجه می‌دهند و بعد از عملیات تفجوشی می‌توان به چگالی‌های بالاتری رسید، اما در فلزات این مقادیر بالاتر است. ضرایب مربوط به منحنی دراکر-پراگر به دست آمده از آزمایشات سه‌محوری انجام شده به قرار زیر می‌باشد [۳]:

ضریب اصطکاک بین پودر و قالب نیز در این مثال برابر با ۰/۱۷ در نظر گرفته شده است و از تئوری پنالتی برای حل مسئله تماس بین پودر و قالب استفاده شده است.

برای پیش‌بینی رفتار فشرده‌سازی پودر زیرکونیا از نرم‌افزار آباکوس و حلگر دینامیکی آن برای این کار بهره گرفته شده است. نتایج حاصل از پیش‌بینی رفتار فشرده‌سازی پودر زیرکونیا با استفاده از روش المان محدود با کار آزمایشگاهی انجام شده توسط کیم و همکارانش [۲] مقایسه شده و انطباق بسیار خوبی مشاهده شده است.



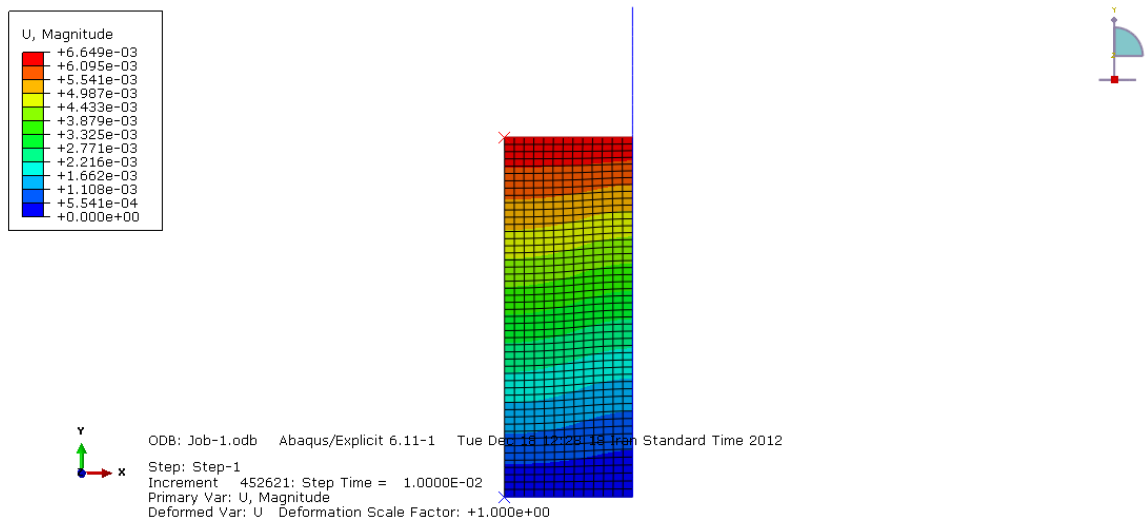
شکل ۵- کانتور توزیع چگالی نسبی به دست آمده برای نمونه زیرکونیا به دست آمده از آباکوس



شکل ۶- کانتور توزیع چگالی به دست آمده از آزمایشگاه [۲]

با مقایسه شکل‌های ۵ و ۶ می‌توان دریافت که نتایج حاصله از شبیه‌سازی فرایند فشردگی زیرکونیا و کانتورهای به دست آمده از توزیع چگالی این تحقیق همخوانی خوبی با داده‌های آزمایشگاهی و نتایج المان محدودی انجام شده توسط کیم و همکارانش [۲] دارد. در کانتور آزمایشگاهی به دست آمده برای زیرکونیا نیز مشاهده می‌شود که گوشه‌های سمت راست بالا و پایین به ترتیب دارای بیشترین و کمترین چگالی هستند، که در کار نرم‌افزاری انجام شده در این تحقیق نیز نتایج توزیع چگالی به همین گونه می‌باشد. علت این مسئله وجود اصطکاک است در واقع در گوشه بالا سمت راست پانچ کاملاً با توده پودر در تماس است و بیشترین تنش اعمالی به این ناحیه اعمال می‌شود، و در گوشه سمت راست پایین نیز باز هم به علت وجود عامل اصطکاک کمترین تنش اعمالی وجود دارد.

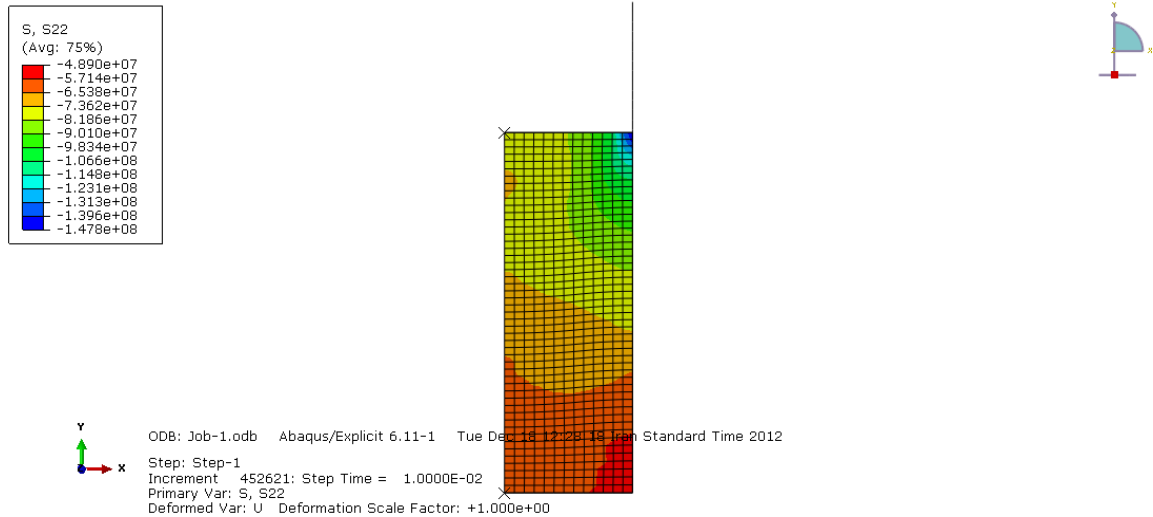
U نیز نشانگر مجموع جابجایی‌هاست، و کانتور مربوط به جابجایی در شکل ۷ آورده شده است.



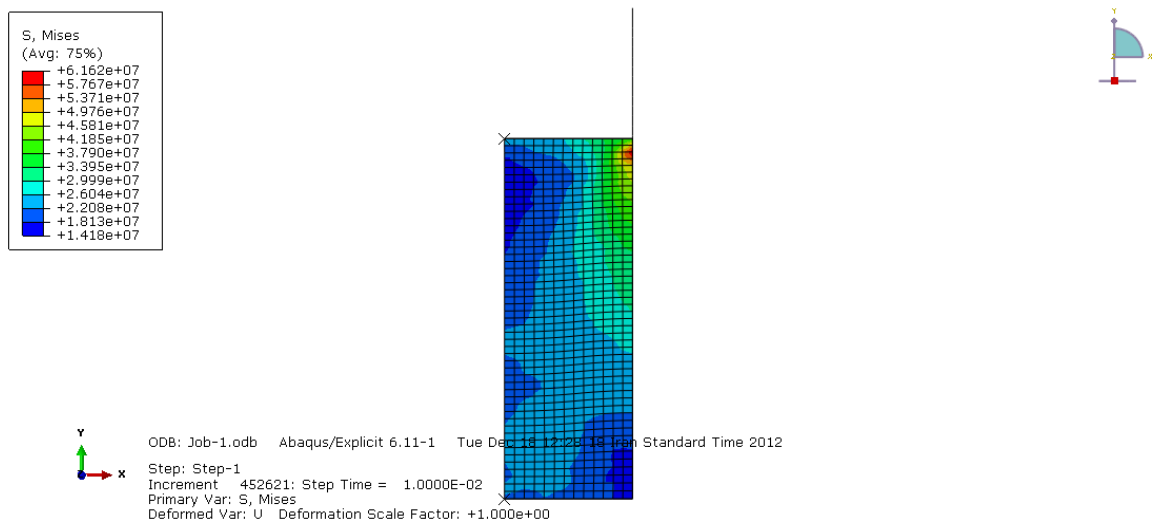
شکل ۷- کانتور توزیع جابجایی برای زیرکونیا به دست آمده از آباکوس.

شکل ۱۱ نیز تایید کننده موضوع بحث شده برای کانتور توزیع چگالی می‌باشد، یعنی جابجایی‌ها در راستای قائم کاهش پیدا می‌کند، و عامل آن نیز موضوعی جز اصطکاک نمی‌باشد. علامت‌های مثبت و منفی در کانتورها به خاطر حرکت در جهت‌های مثبت و منفی محورها می‌باشند. در واقع قسمت‌های بالایی پودر که نزدیکتر به پانچ اعمال نیرو هستند، بیشتر جابجا شده و چگال‌تر شده‌اند.

S22 نشان دهنده تنش‌های اصلی در جهت محورهای Y می‌باشد، S12 تنش برشی در نمونه و S, MISES تنش فون میسر را بیان می‌کنند. که در اشکال ۸ تا ۱۰ نتایج این تنش‌ها نمایش داده شده‌اند.

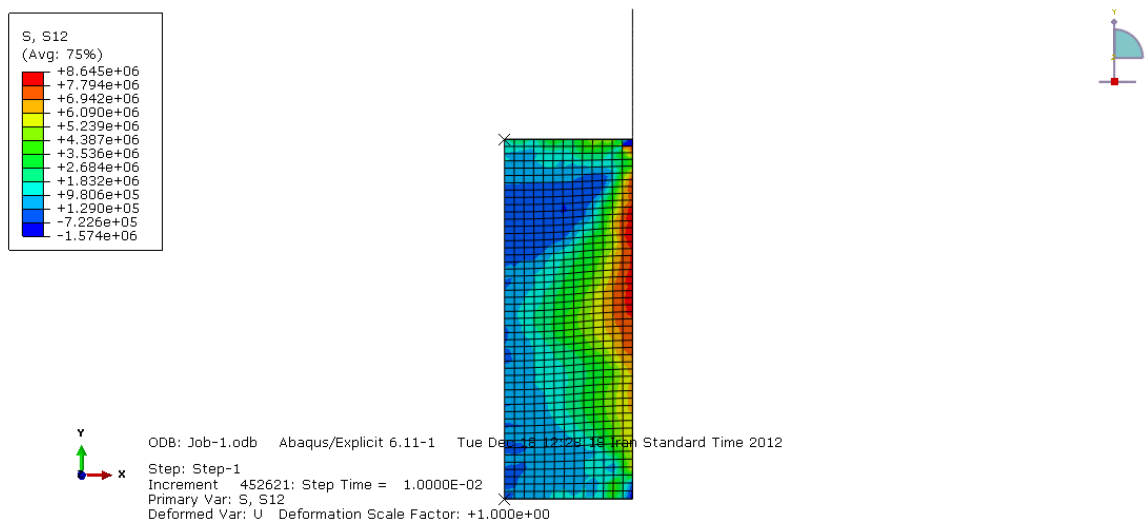


شکل ۸- کانتور تنش اصلی در جهت Y برای زیرکونیا به دست آمده از آباکوس



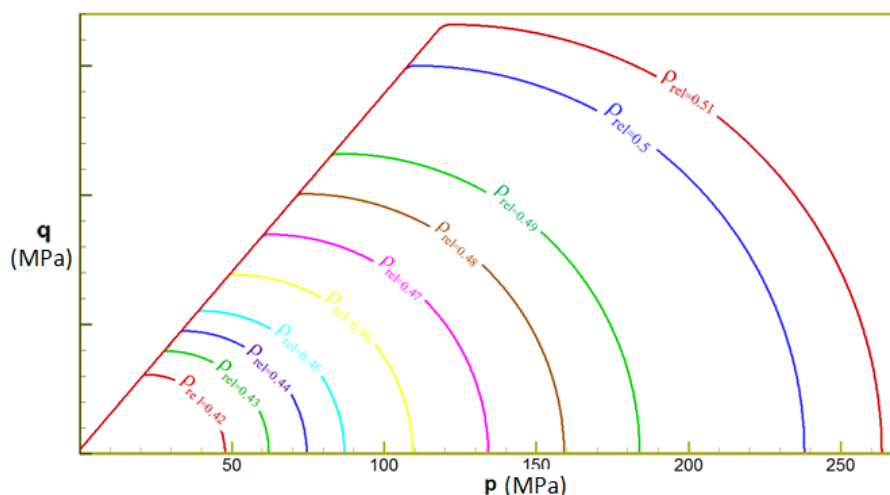
شکل ۹- کانتور تنش فون میسر برای زیرکونیا به دست آمده از آباکوس

از روی کانتورهای تنش فون میسر و نیز تنش قائم می‌توان فهمید که بیشترین تنش باز هم در گوشه سمت راست بالا و کمترین تنش در گوشه سمت راست پایین اتفاق می‌افتد، که علت وجود اصطکاک می‌باشد، وجود اصطکاک در مسئله باعث تغییرات در تغییر مکان، توزیع چگالی، توزیع تنش در سطح قطعه می‌گردد. بطوریکه در برخی اوقات اصطکاک باعث به وجود آمدن ناحیه یا نواحی با چگالی نسبی کم یا زیاد نسبت به بقیه نقاط قطعه می‌گردد، که این نقاط را نقاط ضعف قطعه می‌گویند. بیشترین تاثیر مسئله اصطکاک در نقاطی از گوشه‌های قالب است که در آن نقاط پودر نمی‌تواند به راحتی تغییر مکان یا جابجایی داشته باشد، در نتیجه در این نواحی چگالی نسبی یا کمتر یا بیشتر از نواحی دیگر می‌باشد.



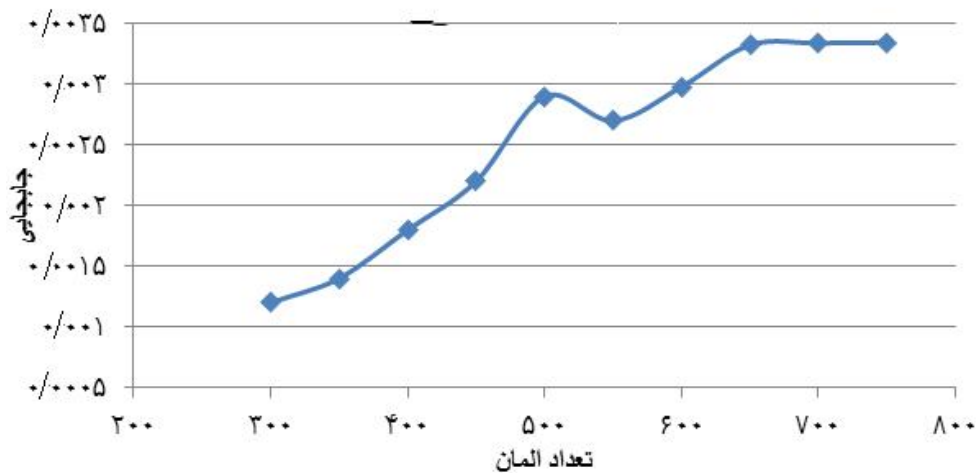
شکل ۱۰ - کانتور تنش برشی برای زیرکونیا به دست آمده از آباکوس

با بررسی تنش برشی در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که در نقاطی که تماس بین قالب و پودر وجود دارد، مقدار تنش برشی ماکزیمم است.



شکل ۱۱ - منحنی دراگر-پراگر برای دانسیته‌های مختلف با در نظر گرفتن ناحیه انتقال برای زیرکونیا

شکل ۱۱ نشان دهنده منحنی دراگر-پراگر برای زیرکونیا است. در این شکل منحنی دراگر-پراگر با در نظر گرفته شدن ناحیه انتقال است. وجود ناحیه انتقال باعث تغییر مسطح خط شکست برشی به کپ می‌شود. علت اصلی وجود این ناحیه، ناپایداری‌هایی است که در کار شبیه‌سازی با آن برخورد می‌شود. در واقع عدم وجود ناحیه انتقال ممکن است، که باعث می‌شود که یک گوشه‌در منحنی پدیدار شود و باعث ایجاد خطاهای عددی در حل شود. در شکل ۱۲ نیز مطالعه مش بر اساس جابجایی صورت گرفته و تعداد المان بهینه ۶۵۰ المان مشخص شده است.



شکل ۱۲ - مطالعه مش

## ۶- نتیجه‌گیری

نتایج کانتورها حاکی از نقش غیر قابل انکار اصطکاک بین پودر و قالب و پانچ روی توزیع چگالی، و نیز تنش اعمال شده از پانچ به توده پودر و نیز تنش‌های برشی به وجود آمده است. ماکزیمم چگالی‌های به دست آمده برای نمونه‌ها در قسمت‌های نزدیک به پانچ و دیواره قالب بوده و مینیمم چگالی در قسمت‌های دور از پانچ اعمال نیرو و باز هم در نزدیکی دیواره‌های قالب مشاهده شده است. اصطکاک باعث عدم انتقال تنش اعمالی به قسمت‌های دورتر از پانچ نمونه شده و همین عدم توزیع یکنواخت تنش باعث به وجود آمدن نقاطی که دارای چگالی کمتری نسبت به سایر قسمت‌ها هستند می‌شود در واقع یک گرادیان چگالی در نمونه‌های فشرده شده از پرس تک‌محوری ایجاد می‌شود که در بعضی مواقع اختلاف چگالی نسبی در حد ۳۰٪ در قسمت‌های مختلف را ایجاد می‌کند، که این موضوع نقطه ضعف بزرگی برای قطعات تولید شده به این روش می‌باشند. کانتورهای توزیع تنش نیز شکلی شبیه به کانتورهای توزیع چگالی دارند در واقع در نقاط پایین نمونه باز هم به علت دوری از پانچ اعمال نیرو تنش کمتری منتقل شده است. و کانتورهای توزیع تنش برشی هم بیان می‌دارد که در نقاط تماسی که اصطکاک وجود دارد میزان تنش برشی هم بیشتر از سایر قسمت‌های توده است.

نتایج به دست آمده در مقایسه با کار آزمایشگاهی دارای دقتی بالا و خطایی در حدود ۳٪ می‌باشد.

## مراجع

- [۱] ر. بنی‌عامریان، م. فرهادی‌نیا، ح. ر. بهاروندی، بررسی روش‌های مدل‌سازی فرایند فشرده‌سازی پودر، مجله تحقیق و توسعه مواد پرانرژی، زمستان ۹۱.
- [2] K. T. Kim, S. W. Choi., "Densification Behavior of Ceramic Powder under Cold Compaction", ASME, vol 122, pp. 238-244, 2000.
- [3] H. Kashani Zadeh, Finite element analysis and experimental study of metal powder compaction,

- PHD THESIS, Queen's University Kingston, Ontario, Canada, 2010.
- [4] A. R. Khoei, computational plasticity in powder forming process, Elsevier, pp14-45, 2005.
- [5] P. Doremus, Model input data failure, Springer, pp. 95-103, 2008.
- [6] D. Bortzmeyer, "Modeling Ceramic Powder Compaction", Powder Technol., 70, No. 2, pp. 131-139, 1992.
- [7] A. K. Ihsan, Powder compaction finite element modeling and experimental validation, PhD thesis, UWS, mechanical eng, 1995.
- [8] R. M. German, Powder Metallurgy Science, Metal powder industries federation, pp. 84-96, 1984.
- [9] W. A. M. Brekelmans, J. D. Janssen, A. A. F. van de Ven, "An Eulerian approach for die compaction processes."; Int. J. Numer. Meth. Engn, pp. 509-524, 1991.
- [10] K. Mori; K. Osakada, "Analysis of the Forming Process of Sintered Powder Metals by a Rigid Plastic Finite-Element Method."; Int. J. Mech. Sci, 29, pp. 229-238, 1987.
- [11] M. F. Ashby, "Background Reading HIP 7.0", Univ. of Cambridge, pp. 96-106, 1998.
- [12] A. C. F. Cocks "Mechanics of Powder Compaction", Engineering Materials and Processes, 2008, pp 165-174.
- [13] G. Hofstetter, J. C. Simo, R. L. Taylor, "A Modified Cap Model." Closest Point Solution Algorithms; Comp Struct, vol 46, pp. 203-214, 1993.
- [14] H. Chtourou, M. Guillot, A. Gakwaya, "Modeling of the metal powder compaction process using the cap model." Part II. Numerical implementation and practical applications; Int J Solids Structures, vol 39, pp. 1077-1096, 2002.
- [15] D. C. Drucker, "A definition of a stable inelastic material.", J. Appl. Mech. 1959, vol 26, pp. 101-106, 1959.
- [16] م. آناهید، ا. ر. خویی، کاربرد روش اولر - لاگرانژ دلخواه در مدل سازی عددی تغییر شکل های بزرگ الاستو-پلاستیک، اولین کنگره مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۳.
- [17] A. R. Khoei, M. Anahid, K. Shahim, H. Dor Mohammadi, "Arbitrary Lagrangian-Eulerian method in plasticity of pressure-sensitive material: application to powder forming processes, Springer, *Comput Mech*, vol 42, pp 13-38, 2008.